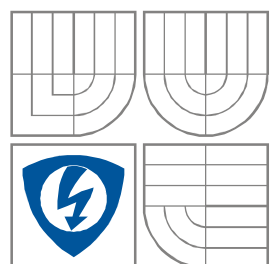


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A
KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

BUZENÉ CHAOTICKÉ OSCILÁTORY

DRIVEN CHAOTIC OSCILLATORS

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTERS'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. Daniel Pšeno

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. Jiří Petržela, Ph.D.

BRNO, 2011



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav radioelektroniky

Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor
Elektronika a sdělovací technika

Student: Bc. Daniel Pšeno
Ročník: 2

ID: 70169
Akademický rok: 2010/2011

NÁZEV TÉMATU:

Buzené chaotické oscilátory

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Z dostupné literatury si nastudujte problematiku buzených chaotických oscilátorů a ve vhodném matematickém aparátu proveďte jejich numerickou analýzu. Zamyslete se nad možnostmi obvodové realizace Vámi vybraných typů těchto oscilátorů.

Využijte znalostí z první části řešení projektu a prakticky realizujte Vámi vybrané struktury buzených chaotických oscilátorů. Správnou činnost těchto zapojení dokumentujte experimentálním ověřením.

Rozpracujte obecnou metodiku syntézy chaotických oscilátorů, založenou na znalosti příslušného matematického modelu.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] CARROL, T., PECORA, L. *Nonlinear Dynamics in Circuits*. World Scientific Publishing, 1995.
- [2] ITOH, M. Synthesis of electronic circuits for simulating nonlinear dynamics. *International Journal of Bifurcation and Chaos*. 2001, vol. 11, no.3, p. 605-653.
- [3] CHEN, G., UETA, T. *Chaos in Circuits and Systems*. World Scientific Series on Nonlinear Science, 2002.

Termín zadání: 7.2.2011

Termín odevzdání: 20.5.2011

Vedoucí práce: Ing. Jiří Petržela, Ph.D.

prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida
Předseda oborové rady

Anotácia

Témou tejto diplomovej práce sú budené chaotické oscilátory. Cieľom je sa oboznámiť s teóriou chaosu, matematickým modelom, s jednotlivými typmi budených chaotických oscilátorov a obecnou syntézou. Prvá časť diplomovej práce je venovaná všeobecne teórii chaosu. Sú tu uvedené história, chaotické systémy a kvantifikátory chaosu. V ďalšej časti je rozobraná numerická analýza a konkrétne riešenia diferenciálnych rovníc metódou Runge-Kutta 4. rádu. Ďalšia časť je venovaná stavebným blokom, z ktorých sa tieto obvody zostavujú a obcej syntézy budených chaotických oscilátorov. Ďalšia kapitola je venovaná už jednotlivým typom zapojení. Ku každému typu sú uvedené parametre analýzy a definované stavové premenné. Výstupom numerických analýz sú grafy a to analýza v čase, analýza v stavovom priestore - stavový portrét a spektrálna numerická analýza pomocou FFT, ďalej je navrhnuté zapojenie, simulácia a u niektorých vybraných typov aj realizácia. Výstupom simulácii sú opäť grafy časových priebehov, stavových atraktorov a frekvenčných spektier.

Kľúčové slová

Budené chaotické oscilátory, numerická analýza, syntéza

Annotation

The theme of this masters thesis are driven chaotic oscillators. The aim of this project is show the various types of driven chaotic oscillator and propose mathematical model solutions using numerical methods. In the first part of this thesis are shown theory of chaos, history of chaos theory, chaotic systems and chaos quantifiers. Next is numerical analysis of differential equations second order by Runge-Kutta fourth order method. Next part contains circuit blocks and synthesis of oscillators. In next part are defined all types of oscillators. Parameters of analysis, equations, circuits and simulations are defined for each type of driven chaotic oscillators. In each subchapter is design electrical circuit. This circuit is simulated and some of them realized.

Key words

Driven chaotic oscillators, numerical analysis, synthesis

PŠENO, D. Buzené chaotické oscilátory. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2011. 49 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Jiří Petržela, Ph.D.

Prehlásenie

Prehlasujem, že moju diplomovú prácu na tému budené chaotické oscilátory som vypracoval samostatne, pod vedením vedúceho diplomovej práce a s použitím odbornej literatúry a ďalších informačných zdrojov, ktoré sú všetky citované v práci a uvedené v zozname literatúry na konci práce.

Ako autor uvedenej diplomovej práce ďalej prehlasujem, že v súvislosti s vytvorením tejto práce som neporušil autorské práva tretích osôb, hlavne som nezasiahol nedovoleným spôsobom do cudzích autorských práv osobnostných a som si plne vedomí následkov porušenia ustanovenia § 11 a nasledujúcich zákona č. 121/2000 Zb., o právu autorskom, o právach súvisiacimi s právom autorským a o zmene niektorých zákonov (autorský zákon), v znení neskorších predpisov, vrátane možných trestnoprávných dôsledkov vyplývajúcich z ustanovenia časti druhej, hlavy VI. diel 4 Trestného zákona č. 40/2009 Zb.

V Brne dňa 20. mája 2011

.....
podpis autora

Poďakovanie

Ďakujem vedúcemu diplomovej práce Ing. Jiřímu Petrželovi Ph.D. za účinnú metodickú, pedagogickú a odbornú pomoc a ďalšie cenné rady pri spracovávaní mojej diplomovej práce.

V Brne dňa 20. mája 2011

.....
podpis autora

OBSAH

1	ÚVOD	8
2	CHAOS	9
2.1	História	9
2.2	Kvantifikátory chaosu	11
2.2.1	Atraktory	11
2.2.2	Fraktálna dimenzia	12
2.2.3	Ljapunove exponenty	12
3	ŠTÚDIUM TEÓRIE CHAOSU V ELEKTRONIKE	13
3.1	Autonómne chaotické oscilátory	13
3.2	Budené chaotické oscilátory	13
4	RIEŠENIE BUDENÝCH CHAOTICKÝCH OSCILÁTOROV	14
4.1	Numerická analýza	14
4.1.1	Metóda Runge-Kutta	14
4.2	Obvodová syntéza	15
4.2.1	Úvod	15
4.3	Obvodové bloky	16
4.3.1	Integrátor s operačným zosilňovačom	16
4.3.2	Sumačný zosilňovač	16
4.3.3	Analógová násobička	17
4.3.4	OTA OPA660	17
4.4	Syntéza budených chaotických oscilátorov	18
4.5	Simulácia navrhnutých obvodov	19
4.6	Realizácia navrhnutých obvodov	19
5	TYPY BUDENÝCH CHAOTICKÝCH OSCILÁTOROV	20
5.1	Budený oscilátor Shaw-van der Pol	20
5.1.1	Syntéza budeného oscilátoru Shaw-van der Pol	21
5.1.2	Simulácia budeného oscilátoru Shaw-van der Pol	22
5.1.3	Realizácia budeného oscilátoru Shaw-van der Pol	24
5.2	Budený oscilátor Rayleigh-Duffing	25
5.2.1	Syntéza budeného oscilátoru Rayleigh-Duffing	26
5.2.2	Simulácia budeného oscilátoru Rayleigh-Duffing	27
5.3	Budený oscilátor driven van der Pol	28
5.3.1	Syntéza budeného oscilátoru driven van der Pol	30
5.3.2	Simulácia budeného oscilátoru driven van der Pol	31
5.3.3	Realizácia budeného oscilátoru driven van der pol	32
5.4	Budený oscilátor Duffing-van der Pol	33
5.4.1	Syntéza budeného oscilátoru Duffing-van der Pol	34
5.4.2	Simulácia budeného oscilátoru Duffing-van der Pol	35
5.5	Budený oscilátor Duffing two-well	36
5.5.1	Syntéza budeného oscilátoru Duffing two-well	37
5.5.2	Simulácia budeného oscilátoru Duffing two-well	38
5.6	Budený oscilátor Ueda	40
5.6.1	Syntéza budeného oscilátoru Ueda	41
5.6.2	Simulácia budeného oscilátoru Ueda	42
5.7	Budený oscilátor forced Brusselator	44
5.7.1	Syntéza budeného oscilátoru Brusselator	45
5.7.2	Simulácia budeného oscilátoru Brusselator	46
5.8	Budený oscilátor realizovaný s obvodom OTA	46
6	ZÁVER	48
7	ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY	49

ZOOZNAM OBRÁZKOV

Obr. 1 Lorenzov atraktor.....	10
Obr. 2 Analýza a syntéza	15
Obr. 3 Integračný zosilňovač.....	16
Obr. 4 Sumačný zosilňovač.....	16
Obr. 5 Analógová násobička	17
Obr. 6 OPA 660	18
Obr. 7 Analýza oscilátora Shaw-van der Pol v čase	20
Obr. 8 Analýza oscilátora Shaw-van der Pol v stavovom priestore	21
Obr. 9 Spektrum signálu oscilátora Shaw-van der Pol.....	21
Obr. 10 Obvod pre realizáciu budeného oscilátora Shaw-van der Pol	22
Obr. 11 Simulácia budeného oscilátora Shaw-van der Pol.....	23
Obr. 12 Časové priebehy výstupov budeného oscilátora Shaw-van der Pol	23
Obr. 13 Frekvenčné spektrum pre budenie 1,5kHz budeného oscilátora Shaw-van der Pol	23
Obr. 14 Frekvenčné spektrum pre frekvenciu budenia 1kHz budeného oscilátora Shaw-van der Pol	24
Obr. 15 Atraktor budeného oscilátora Shaw-van der Pol.....	24
Obr. 16 Zmerané spektrum budeného oscilátora Shaw-van der Pol	24
Obr. 17 Analýza oscilátora Rayleigh-Duffing v čase	25
Obr. 18 Analýza oscilátora Rayleigh-Duffing v stavovom priestore	25
Obr. 19 Spektrum signálu oscilátora Rayleigh-Duffing	26
Obr. 20 Obvod pre realizáciu budeného oscilátora Rayleigh-Duffing	26
Obr. 21 Simulácia budeného oscilátora Rayleigh-Duffing.....	27
Obr. 22 Časové priebehy výstupov budeného oscilátora Rayleigh-Duffing	28
Obr. 23 Frekvenčné spektrum budeného oscilátora Rayleigh-Duffing	28
Obr. 24 Analýza oscilátora driven van der Pol v čase.....	29
Obr. 25 Analýza oscilátora driven van der Pol v stavovom priestore.....	29
Obr. 26 Spektrum signálu oscilátora driven van der Pol	29
Obr. 27 Obvod pre realizáciu budeného oscilátora driven van der Pol.....	30
Obr. 28 Simulácia budeného oscilátora driven van der Pol	31
Obr. 29 Časový priebeh výstupu budeného oscilátora driven van der Pol	31
Obr. 30 Frekvenčné spektrum budeného oscilátora driven van der Pol	32
Obr. 31 Atraktor budeného oscilátora driven van der pol.....	32
Obr. 32 Zmerané frekvenčné spektrum budeného oscilátora driven van der pol	32
Obr. 33 Analýza oscilátora Duffing-van der Pol v čase	33
Obr. 34 Analýza oscilátora Duffing-van der Pol v stavovom priestore	33
Obr. 35 Spektrum signálu oscilátora Duffing-van der Pol	34
Obr. 36 Obvod pre realizáciu budeného oscilátora Duffing-van der Pol.....	34
Obr. 37 Simulácia budeného oscilátora Duffing-van der Pol	35
Obr. 38 Časový priebeh výstupu budeného oscilátora Duffing-van der Pol	35
Obr. 39 Frekvenčné spektrum budeného oscilátora Duffing-van der Pol	36
Obr. 40 Analýza oscilátora Duffing two-well v čase	36
Obr. 41 Analýza oscilátora Duffing two-well v stavovom priestore	37
Obr. 42 Spektrum signálu oscilátora Duffing two-well.....	37
Obr. 43 Obvod pre realizáciu budeného oscilátora Duffing two-well	38
Obr. 44 Simulácia budeného oscilátora Duffing two-well.....	39
Obr. 45 Časové priebehy výstupu budeného oscilátora Duffing two-well	39
Obr. 46 Frekvenčné spektrum budeného oscilátora Duffing two-well.....	39
Obr. 47 Analýza oscilátora Ueda v čase	40
Obr. 48 Analýza oscilátora Ueda v stavovom priestore	41
Obr. 49 Spektrum signálu oscilátora Ueda.....	41
Obr. 50 Obvod pre realizáciu budeného oscilátora Ueda	42
Obr. 51 Simulácia budeného oscilátora Ueda.....	43
Obr. 52 Časový priebeh budeného oscilátora Ueda	43
Obr. 53 Frekvenčné spektrum budeného oscilátora Ueda.....	43
Obr. 54 Analýza oscilátora forced Brusselator v čase	44
Obr. 55 Analýza oscilátora forced Brusselator v stavovom diagrame.....	44
Obr. 56 Spektrum signálu oscilátora forced Brusselator	45
Obr. 57 Obvod pre realizáciu budeného oscilátora forced Brusselator.....	45
Obr. 58 Obvod pre realizáciu budeného oscilátora s OTA.....	46

1 ÚVOD

Teória chaosu je časť matematiky a fyziky, ktorá sa zaoberá systémami, ktorých dynamika za určitých podmienok citlivo závisí od začiatočných podmienok, takže ich správanie nie je dlhodobou predpovedateľné. V začiatkoch skúmania systému bol braný ako exkluzívna záležitosť no neskôr sa stal stredobodom pozornosti mnohých vedcov a bádateľov.

Teória chaosu sa zaoberá chovaním istých nelineárnych dynamických systémov, ktoré za istých podmienok vykazujú jav známy ako chaos, najvýznamnejšie charakterizovaný citlivosťou počiatočných podmienok (motýlí efekt). V dôsledku tejto citlivosti sa chovanie týchto fyzikálnych systémov javí ako náhodné, aj keď model systému je deterministický v tom zmysle, že je dobre definovaný a neobsahuje žiadne náhodné parametre.

Vo svete okolo nás existuje rada javov, ktoré vykazujú do istej miery nepravidelný. Chaotické chovanie nachádzame v neživej prírode (vývoj počasia, turbulentné prúdenie, šum v elektronických obvodoch a iné), v živých organizmoch (nepravidelnosť činnosti srdca) ale i v ekonomike (vývoj cien) a vo filozofii. Interpretáciu týchto chaotických javov umožnilo až použitie počítačov a numerických riešení nelineárnych diferenciálnych rovníc.

Teória chaosu má medzi ľuďmi zlú povest' vďaka nepredvídateľnému počasiu, ekonomickým krízam a podobne, avšak je to teória fascinujúca, ktorej zasvätilo svoju činnosť množstvo vedcov a bádateľov.

V tejto práci sú postupne prebrané jednotlivé typy známych budených chaotických oscilátorov. Zo známeho matematického modelu sú navrhnuté obvody, ktoré realizujú tieto nelineárne diferenciálne rovnice. Obvody sú navrhnuté podľa obecnej syntézy, ktorá je rozpracovaná v kapitole 4. Takto navrhnuté obvody sú odsimulované a výsledky simulácií sú porovnávané s výsledkami z numerickej analýzy. Dva obvody sú realizované a výsledky opäť porovnávané s teóriou a simuláciou. Ako posledný v kapitole 5 je navrhnutý budený chaotický oscilátor s použitím moderného transkonduktačného operačného zosilňovača OTA.

2 CHAOS

Chaos je teda vlastnosť nelineárneho dynamického systému, ktorý má prakticky nepredvídateľný stav v budúcnosti. To vychádza z mimoriadne veľkej citlivosti na počiatočné podmienky, kde dva počiatočné body nekonečne blízko pri sebe sa s postupom času začnú od seba exponenciálne vzdďaľovať. Teda malá odchýlka súčasnej trajektórie môže viesť k významne odlišnému chovaniu v budúcom čase. Systém sa chová identicky iba ak je identická počiatočná konfigurácia. Aj keď sa chovanie týchto systémov môže javiť ako náhodné, je úplne deterministické, teda je dobre definované a neobsahuje žiadne náhodné premenné avšak iba v krátkom časovom okamžiku. V dlhodobom ponímaní sa systém chová nepredvídateľne. Tým je význam slova v matematike a fyzike v opaku s obvyklým chápaním slova v zmysle totálneho neporiadku.

2.1 *História*

Korene teórie chaosu sa datujú od roku 1900. V práci Henri Poincarého nazvanej problém troch telies Poincaré objavil, že môžu existovať orbity, ktoré sú neperiodické, ktoré nie sú neustále vzrastajúce a ani sa neblížia k pevnému bodu. Teória chaosu rýchlo postupovala vpred. Hlavným katalyzátorom vývoja teórie chaosu bol elektronický počítač. Riešenie nelineárnych diferenciálnych rovníc sa teda zjednodušilo. Prvý počítač sa volal ENIAC a bol použitý k štúdiu jednoduchých modelov predpovedajúcich počasie. Jedným z prvých pionierov tejto teórie bol Edward Lorenz. Jeho záujem o chaos vznikol náhodne počas jeho práce na predpovedí počasia v roku 1961. Lorenz použil počítač Royal McBee LPG-30 k výpočtu svojho modelu simulujúceho počasie. Chcel vidieť opäť svoju sekvenciu a aby ušetril čas, začal simulovať zo stredu. Mal totiž vytlačené dáta z minulej simulácie a tak ich zadal ako vstupné dáta do svojho modelu. K jeho prekvapeniu bolo predpovedané počasie úplne iné, než na jeho pôvodnom modeli. Lorenz skúmal, prečo tomu tak je, a príčinu objavil vo svojej zostave. Zostava zaokrúhľovala premenné na 3 desatinné miesta, zatiaľ čo počítač pracoval s 5 desatinnými miestami. Tento rozdiel je malý a nemal by mať prakticky vplyv na riešenie. Avšak Lorenz objavil, že malé zmeny v počiatočných podmienkach vedú k veľkým zmenám na výstupe z dlhodobého hľadiska.

Edward Lorenz študoval v 60tych rokoch minulého storočia na Massachusetts Institute of Technology meteorológiu. Tu vytvoril matematický model zemskej atmosféry, na ktorom študoval počasie. Pri štúdiu modelov počasia Lorenz objavil, že počasie sa nie vždy chová podľa predpovedí. Malá odchýlka v počiatočných hodnotách premenných v jeho primitívnom modeli počasia mala za následok veľké rozdiely v chovaní počasia. Táto citlivá závislosť na počiatočných podmienkach sa stala

známou ako motýlí efekt [8]. Jeho zjednodušený matematický model z roku 1963 vyzerá nasledovne.

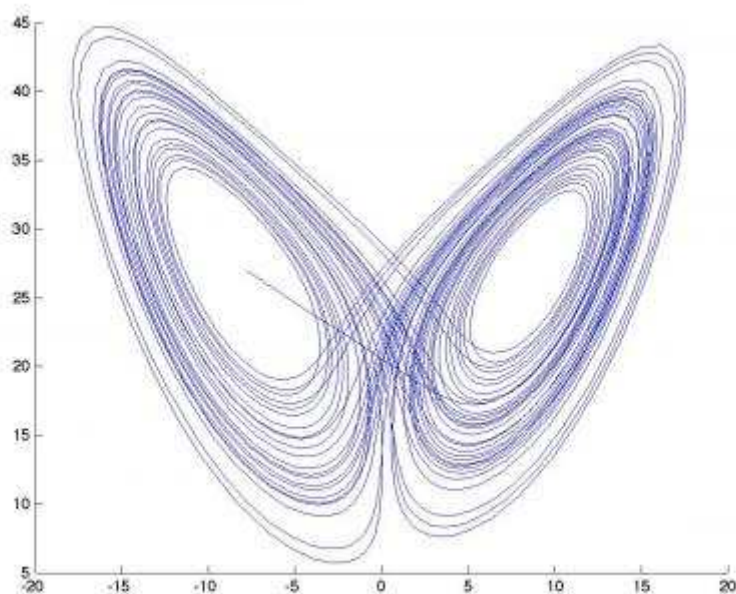
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= x(r - z) - y \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}$$

Tento dynamický systém o troch diferenciálnych rovniciach vytvorí chaotický atraktor, ktorý má fraktálnu štruktúru. Nazýva sa Lorenzov atraktor (obr.1). Tento systém má parametre:

$$r = 28$$

$$\sigma = 10$$

$$b = -\frac{8}{3}$$



Obr. 1 Lorenzov atraktor

2.2 Kvantifikátory chaosu

S objavením deterministického chaosu nastala potreba identifikovať jeho prejavy. Ak máme signál či časovú postupnosť nejakej udalosti s neustáleným a nepravidelným priebehom, sme postavení pred nutnosť identifikovať zdroj a príčinu tejto zdanlivej náhodnosti. Otázkou je teda ako rozlíšiť náhodný šum s skutočný signál. Ukazuje sa, že aj systémy s pomerne malým počtom stupňov voľnosti vykazujú pomerne komplikované chovanie. K účelu rozlíšenia chovania nám slúžia kvantifikátory chaosu. Dokážeme od seba rozlíšiť systémy so stochastickým a deterministickým chaotickým chovaním. Sú to Ljapunove exponenty, fraktálne dimenzie, entropie a pod. V zásade existujú dva typy deskriptorov chaotických systémov. Prvá z nich popisuje geometrickú štruktúru trajektorií vo fázovom priestore. Fázový priestor je priestor, kde sú reprezentované všetky možné stavy systému. Každému jednému bodu vo fázovom priestore odpovedá jeden stav systému. Druhá skupina deskriptorov je zameraná na dynamiku chaotického chovania. Najvýznamnejšie sú Ljapunove exponenty, ktoré opisujú čo sa deje s trajektoriami vo fázovom priestore s plynúcim časom, či sa od seba vzdávajú alebo približujú a ako rýchlo sa to deje [1].

2.2.1 Atraktory

Jedným spôsobom vizualizácie chaotického pohybu je vytvorenie fázového diagramu. V takomto diagrame je čas implicitný a každá os predstavuje jednu dimenziu. Atraktor pochádza z anglického slova „attracted“ priťahovať čo znamená, že vo fázovom diagrame je trajektória akoby priťahovaná k určitému bodu. Atraktor je teda množina bodov, ktoré môžu nadobúdať stavové premenné po dostatočne dlhom čase od počiatku. Atraktorom môže byť:

- Pevný bod
- Periodické body
- Kvaziperiodické body
- Podivný – chaotický atraktor

Ak je atraktorom pevný bod je to najjednoduchší prípad a znamená to, že systém sa v nekonečnom čase ustálil v stabilnom stave, ktoré je možné dopredu spočítať.

Ak sú atraktorom periodické či kvaziperiodické body jedná sa teda o systém, ktorý osciluje medzi niekoľkými stavmi.

Ak je atraktor chaotický znamená to, že jeho výsledný stav nie je možné dopredu určiť. To je spôsobené práve jeho veľkou citlivosťou na počiatočné podmienky. Podivný atraktor je fraktál s dimenziou medzi 2 a 3.[10]

2.2.2 Fraktálna dimenzia

U disipatívnych systémov sa po doznení prechodového javu sa vývoj dynamických systémov sústreďí na určitej časti fázového priestoru teda atraktoru, ktorý má menšiu dimenziu než je celková dimenzia fázového priestoru. Pred objavením deterministického chaosu boli známe atraktory iba pevný bod prípadne limitná slučka. Tieto útvary majú celočíselnú dimenziu. Fraktálna dimenzia určuje mieru nepravidelnosti telesa, udáva akou rýchlosťou rastú atraktory do nekonečna. Chovanie chaotických systémov opisuje atraktorom, ktorý má fraktálnu štruktúru a neceločíselnú dimenziu. Podľa dimenzii systému teda vieme určiť či sa jedná o systém s chaotickým chovaním ale tiež dimenzia odpovedá stupňu voľnosti systému [1].

2.2.3 Ljapunove exponenty

Ljapunove exponenty popisujú dynamiku chaotického systému resp. reprezentujú rýchlosť divergencie alebo konvergencie blízkych trajektórií vo fázovom priestore a predstavujú tak mieru predpovedateľnosti. Pre chaotickú trajektóriu atraktoru musí byť najmenej jeden Ljapunov exponent kladný avšak k potvrdeniu chaotičnosti je potrebné vylúčiť ešte jej prípadnú asymptotickú periodicitu. Musíme teda eliminovať možnosť, že pre $t \rightarrow \infty$ táto trajektória konverguje k nejakej periodickej orbite. Práve toto môže byť problém ak vyšetrujeme systém iba behom konečného časového intervalu. Chaotické systémy s viac ako jedným Ljapunovým exponentom sú označené ako hyperchaotické. Vzhľadom k limite $t \rightarrow \infty$ sú Ljapunove exponenty globálna veličina, ktorá charakterizuje dynamiku systému v priemere. Taktiež poznáme pojem lokálny Ljapunov exponent, ktorý je spätý s určitým úsekom trajektórie pre krátky časový úsek [1].

3 ŠTÚDIUM TEÓRIE CHAOSU V ELEKTRONIKE

Teória chaosu je veľmi mladá disciplína avšak ako už bolo napísané uplatňuje sa v mnohých odvetviach vedy čiže aj v elektrotechnike či elektronike.

3.1 *Autonómne chaotické oscilátory*

Autonómne dynamické systémy sú systémy, ktoré nevyžadujú vonkajšie budenie, teda energia v takomto systéme ostáva zachovaná. Rovnice takéhoto systému vyzerajú tak, že ich pravá strana explicitne neobsahuje čas a koeficienty sú konštantné. Autonómne oscilátory oscilujú bez budenia ihneď po privedení napájania.

3.2 *Budené chaotické oscilátory*

Budené oscilátory ako už hovorí samotný názov vyžadujú pre oscilovanie vonkajšie budenie. Toto budenie je sínusové s amplitúdou A a fázovým kmitočtom ω . Budenie je do obvodu privádzané z funkčného generátora. Oscilátory sú teda popísané nelineárnymi diferenciálnymi rovnicami druhého rádu. Formulácia môže vyzeráť nasledovne:

$$\dot{x} = x - x^3 + \alpha \cdot \sin(\beta \cdot t)$$

Kde x realizuje stavovú premennú. Rovnica obsahuje nelineárnu funkciu x^3 a budenie s amplitúdou α a uhlovým kmitočtom β . Čas sa v numerickej analýze tiež, pretože sa integruje cez čas.

4 RIEŠENIE BUDENÝCH CHAOTICKÝCH OSCILÁTOROV

4.1 Numerická analýza

Numerická analýza je matematická disciplína, ktorá študuje algoritmy pre spojitú matematiku, teda riešenia problémov pre konkrétne čísla. Numerické algoritmy derivovania a integrovania sa stali súčasťou riešenia problémov v mnohých odvetviach priemyslu a vedy.

V tejto práci je využitý algoritmus na numerické riešenie diferenciálnych rovníc metódou Runge-Kutta 4. rádu.

4.1.1 Metóda Runge-Kutta

Metódy Runge-Kutta sú najdôležitejšie implicitné a explicitné metódy pre aproximáciu riešenia obyčajných diferenciálnych rovníc. Tieto metódy boli vyvinuté okolo roku 1900 nemeckými matematikmi C. Runge a Kutta MW. Sú to univerzálne a v technickej praxi veľmi používané metódy. Sú založené na Taylorovom rozvoji funkcie, ale nepriamo tak, aby nebolo nutné určovať hodnoty derivácii funkcie – tie sa aproximujú výpočtom samotnej funkcie vo vhodne zvolených strategických bodoch. Najbežnejšia a najpoužívannejšia z metód je Runge-Kutta 4. rádu. Jej všeobecný zápis [7]:

$$k_1 = f(x_n, y_n),$$

$$k_2 = f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, y_n + \frac{h_n}{2}k_1\right),$$

$$k_3 = f\left(x_n + \frac{h_n}{2}, y_n + \frac{h_n}{2}k_2\right),$$

$$k_4 = f(x_n + h_n, y_n + h_n k_3),$$

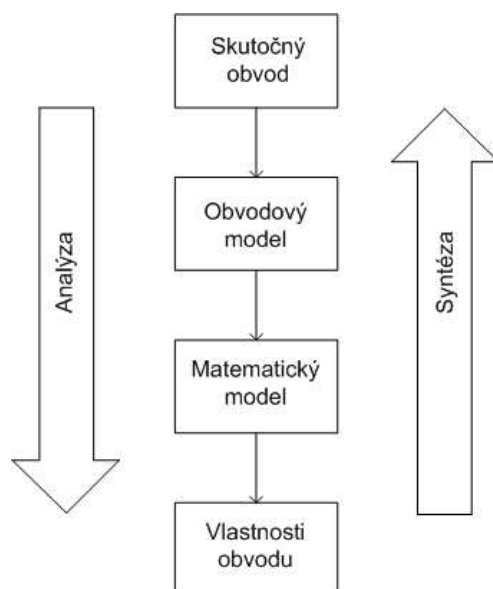
$$y_{n+1} = y_n + h_n \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6}$$

4.2 Obvodová syntéza

4.2.1 Úvod

Syntéza obvodu je opakom analýzy obvodu. Úlohou syntézy je nájsť k zadaným vlastnostiam vyhovujúci obvod. Tento proces môže mať viacero riešení a aj pri správnom riešení môžu byť navrhnuté obvody odlišné. Zadané môžu byť:

- Vlastnosti obvodu
- Obvodová funkcia
- Parametre obvodu
- Tolerančné pole



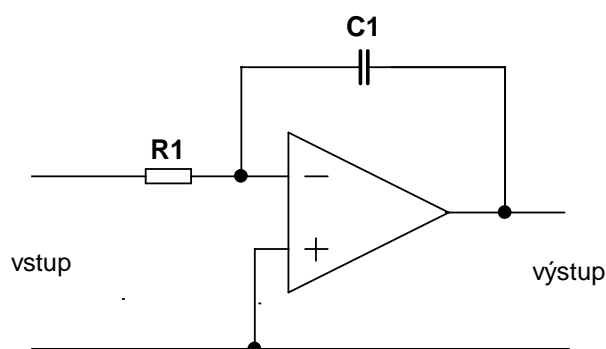
Obr. 2 Analýza a syntéza

Hľadá sa typ obvodu, štruktúra obvodu a parametre súčiastok. Pri syntéze sa vo všeobecnosti používajú nasledujúce deje: Aproximácia, idealizácia a optimalizácia. Návrh obvodu je širší proces, ktorý vedie k určeniu parametrov obvodu už overenej štruktúry. Ďalej sa urobí analýza takto navrhnutého obvodu a následne sa posúdi dosiahnutie požadovaných parametrov. Podľa tohto výsledku sa proces ukončí alebo sa variujú parametre pôvodného obvodu, prípadne sa celé zapojenie zmení. Pri riešení sa môžu vyskytnúť problémy, že síce matematický model existuje avšak fyzikálne alebo technologicky nie je obvod realizovateľný [9].

4.3 Obvodové bloky

4.3.1 Integrátor s operačným zosilňovačom

Je to typ zapojenia operačného zosilňovača tzv. integračný zosilňovač. V spätnoväzobnej vetve má kondenzátor s kapacitou C , takže jeho výstupné napätie je úmerné integrálu časového priebehu vstupného napätia s časovou konštantou úmernou hodnotami prvkov R a C .

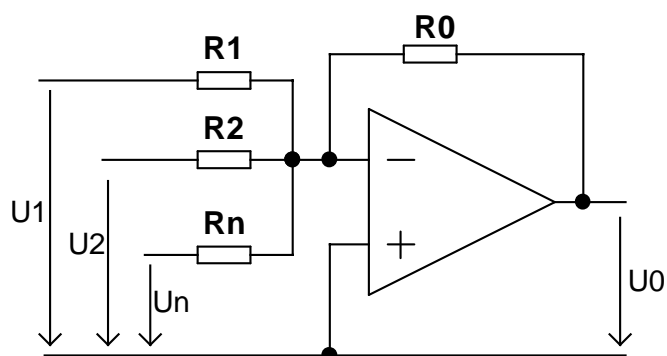


Obr. 3 Integračný zosilňovač

Výstupné napätie integrátoru je (1).

$$u_{\text{výst}} = -\frac{1}{R \cdot C} \int_0^t u_{\text{vstup}} \cdot dt \quad (1)$$

4.3.2 Sumačný zosilňovač



Obr. 4 Sumačný zosilňovač

Sumátor je typ zapojenia operačného zosilňovača, kde na sú invertujúci vstup privedené napätia na sčítanie. Pri sčítaní niekoľkých napätí je často potrebná úprava napätia na žiadanú hodnotu. To sa docieľa zmenou odporu v príslušnej vetve. Vzťah pre výstupné napätie U_0 vyzerá nasledovne (2).

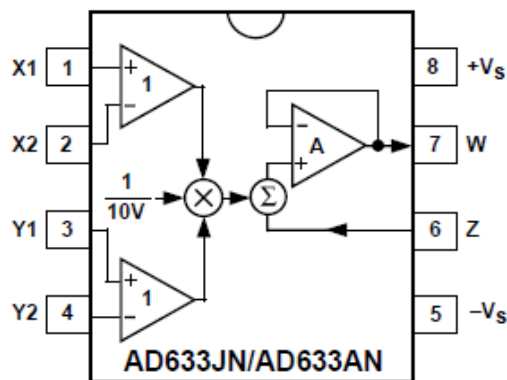
$$U_0 = -R_0 \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \dots + \frac{U_n}{R_n} \right) \quad (2)$$

4.3.3 Analógová násobička

Nelineárne funkcie v diferenciálnych rovniciach sú realizované obvodom AD633 čo je analógová násobička. Je to obvod v 8 pinovom puzdre DIP, napájaný symetrickým napätím +15V, -15V. Má štyri vstupy X1, X2, Y1, Y2. Násobička realizuje funkciu (3).

$$W = \frac{(X1 - X2) \cdot (Y1 - Y2)}{10} + Z \quad (3)$$

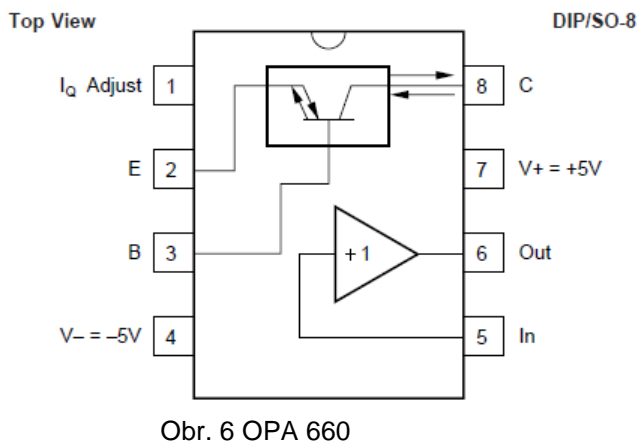
Keďže konštanta pri násobení je 0,1, je potrebné v ďalšej časti obvodu s tým počítať a signál zosilniť. Pri kvadráte je to už 0,01, teda je potrebné signál zosilniť 100krát.



Obr. 5 Analógová násobička

4.3.4 OTA OPA660

Transkonduktančný operačný zosilňovač alebo napätím riadený prúdový zdroj je univerzálny monolitický prvok, ktorého súčasťou je aj zosilňovač s jednotkovým zosilnením – buffer. Tento prvok môže byť chápaný ako ideálny tranzistor. Podobne ako tranzistor má tri vývody báza, kolektor, emitor avšak navyše má nastavovací pin IQ. Na tento pin sa pripája odpor Rq, ktorý nastavuje riadiaci prúd a pripája sa na -5V. Doporučená hodnota odporu Rq je 250Ω. Tým je zabezpečený riadiaci prúd Iq 20mA. Napájanie tohto obvodu je symetrických 5V. Obvod v 8 pinovom puzdre DIP pričom pin 5 je vstup bufferu a pin 6 jeho výstup.



4.4 Syntéza budených chaotických oscilátorov

Syntéza obvodov budených chaotických oscilátorov vychádza priamo z predošlej kapitoly o numerickej analýze. Úlohou syntézy je navrhnuť obvod, ktorý bude realizovať systém popísaný nelineárnymi diferenciálnymi rovnicami. Pretože v rovniciach sa nachádzajú prvé derivácie x a y , je potrebné z týchto premenných urobiť samostatné, stavové premenné x a y . Riešenie je v integrálnej metóde a to tak, že v obvode sú použité vždy dva integrátory. Jeden pre y a druhý pre x . Pravá strana nelineárnej diferenciálnej rovnice teda odpovedá signálu, ktorý je privedený na vstup takéhoto integrátora. Ďalej je potrebné aby bolo do obvodu dodané budenie. To je zabezpečené pripojením generátora funkcie sínus s amplitúdou a frekvenciou, ktoré sú určené z matematického zadania. Navrhnuté obvody sa teda nutne musia skladať z dvoch integrátorov, násobičiek, súčtových členov a budenia. Integrátor môže byť realizovaný ako operačný zosilňovač v zapojení integračný zosilňovač, prípadne integrátor realizovaný špeciálnym obvodom OTA. Všetky stavebné prvky týchto obvodov sú popísané v nasledujúcej kapitole.

Syntéza obvodov s použitím blokov s operačnými zosilňovačmi pozostáva v zapojení v kaskáde dvoch integrátorov spolu so sumačným zosilňovačom a nelineárnou funkciou. Obecne je možné povedať, že ak sa na pravej strane nelineárnej diferenciálnej rovnice nachádza viac ako jedna premenná s konštantou inou ako jedna, je potrebné použiť blok súčtového člena. Každá konštanta je počítaná ako pomer odporov v spätnej väzbe operačného zosilňovača a príslušného odporu vo vetve, kde je počítaná konštanta. Je potrebné brať do úvahy, že takto zapojený súčtový člen točí fázu signálu o 180° , keďže sčítané napätia sú privádzané na jeho invertujúci vstup. Ďalej v kaskáde za súčtovým členom je zaradený operačný zosilňovač v zapojení ako integrátor. V jeho spätnej väzbe sa nachádza kondenzátor, ktorého hodnota by nemala byť veľká kvôli časovej konštante ale ani malá aby sa neuplatňovali parazitné javy. Vo všetkých obvodoch sa osvedčilo použitie kondenzátora o hodnote 100nF . Časová konštanta integrátora by mala odpovedať prevrátenej hodnote frekvencie z numerickej analýzy. Takto zapojený integrátor otáča fázu o 180° , keďže vstup je cez rezistor privádzaný na invertujúci vstup. Zapojenie tejto kaskády súčtového člena a integrátora teda znamená, že fáza

napätia je otočená o 360° takže výstupná stavová premenná bude vždy kladná. Ak je potrebné dostať zápornú premennú je potrebné zaradiť blok invertora.

Nelineárne funkcie sú realizované násobičkami. Do dvoch vstupov je privedené vstupné napätie na násobenie a ostatné vstupy sú uzemnené. V obvodoch v tejto práci sú ako násobičky použité obvody AD633.

V prípade, že je potrebné mať opačnú polaritu signálu je na mieste použitie zapojenie operačného zosilňovača vo funkcii invertora s prenosom -1 .

Okrem použitia integrátorov s operačnými zosilňovačmi je možnosť použiť rôzne iné obvody. V tejto práci je experimentálne použitý transkonduktančný operačný zosilňovač OPA660 v zapojení ako integrátor. Syntéza buđených chaotických oscilátorov sa teda zmení v bloku integrátoru. Je potrebné brať do úvahy, že integrátor v takomto zapojení neotáča fázu signálu ako to bolo u klasického zapojenia s operačným zosilňovačom. Na bázu je teda privedený vstupný signál. Emitorový odpor určuje strmosť a jeho hodnota je $1\text{k}\Omega$. Na výstupe kolektora je pripojená kapacita 100nF na zem a kolektor je ešte spojený so vstupom buffera. Výstup z integrátoru je z výstupu bufferu.

4.5 Simulácia navrhnutých obvodov

Po návrhu obvodu je potrebné obvod nakresliť a simulovať v simulačnom programe. V tomto projekte sú všetky simulácie robené v programe OrCad. Všetky operačné zosilňovače sú použité TL084, násobičky AD633. Budenie obvodu je realizované cez prvok VSIN, ktorého parametre sú amplitúda, frekvencia a ofset. Typ analýzy pre simuláciu je časová – *Time domain*. Parametre tejto analýzy sú čas a krok s akým sa má vykonávať. Pri všetkých buđených oscilátoroch je nastavený čas analýzy 100ms , čo postačuje na zachytenie atraktora. Krok analýzy je nastavený na $20\mu\text{s}$ aby bol priebeh hladký. Pre zobrazenie výstupu je potrebné si určiť body merania – *net*. Tie sú pomenované dx a dy. Pri zobrazení časového priebehu je na osi x čas a na ose y sú signály dx a dy. Pre zobrazenie atraktoru je potrebné zobrazenie XY, ktoré je známe z osciloskopov. Na os x sa zvolí miesto času signál dx. Znamienko signálu dy závisí od navrhnutého obvodu.

4.6 Realizácia navrhnutých obvodov

Navrhnuté zapojenie bolo zapojené na nepájivom kontakte poli. Pole bolo napájané zo symetrického zdroja napätia $+15\text{V}$, -15V . Odpory, ktoré určovali časovú konštantu $R.C$ v obvodoch integrátorov, boli riešené ako premenné – potenciometre. Doladenie odporov bolo v zapojení nutné, kvôli dosiahnutiu lepších výsledkov, ktoré sú zhodné s výsledkami z numerickej analýzy. Obvod bol budený z generátora funkcie sínus, na ktorom sa nastavovala amplitúda budenia a frekvencia budenia. Výstupy obvodu, boli body na vstupoch integrátorov. Tieto signály boli zobrazované na osciloskope v XY zobrazení, kde bol priamo viditeľný atraktor.

5 TYPY BUDENÝCH CHAOTICKÝCH OSCILÁTOROV

5.1 Budený oscilátor Shaw-van der Pol

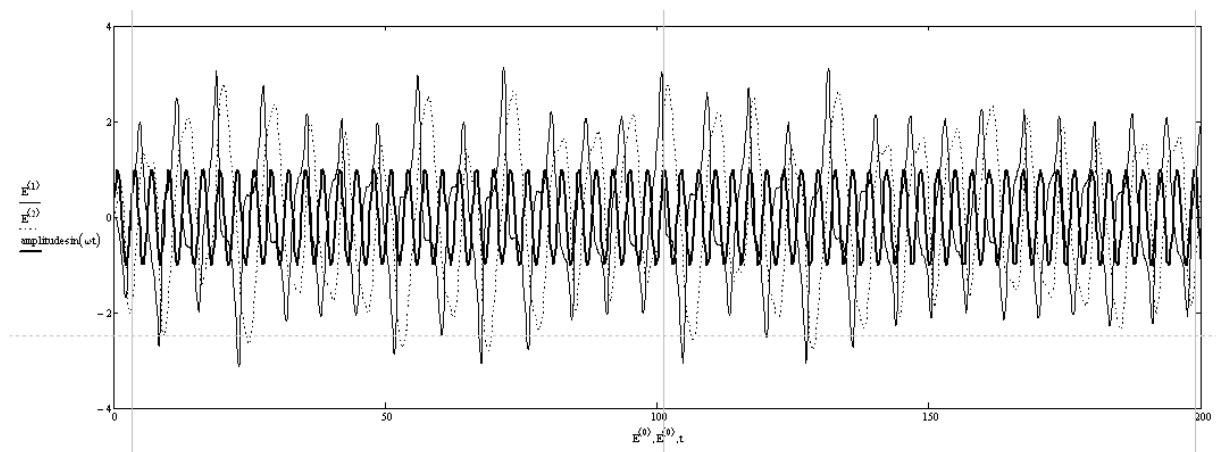
Parametre dynamického systému pre výpočet numerickej analýzy:
Amplitúda budenia 1V, normalizovaná uhlová frekvencia budenia $\omega=2\text{rad/s}$.

Definícia stavových premenných:

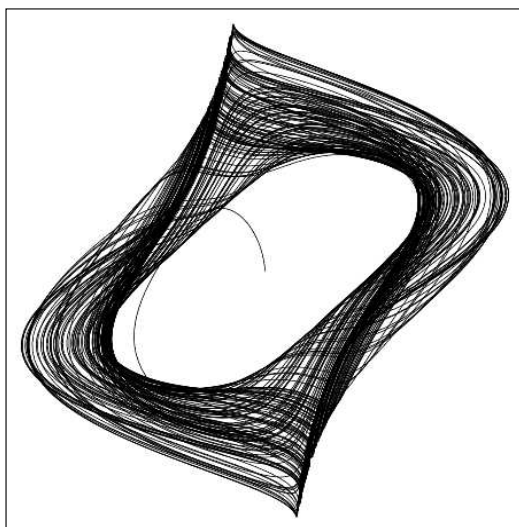
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F(x, t) = \begin{pmatrix} -x_1^2 \cdot x_0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad U(x, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \text{amp} \cdot \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{system}(t, x) = A \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + F(x, t) + U(x, t)$$

Časový priebeh analýzy je zobrazený na obrázku Obr. 7. Hrubý čierny priebeh je budenie. Atraktor v stavovom priestore je na obrázku Obr. 8 a spektrum signálu je na obrázku Obr. 9.

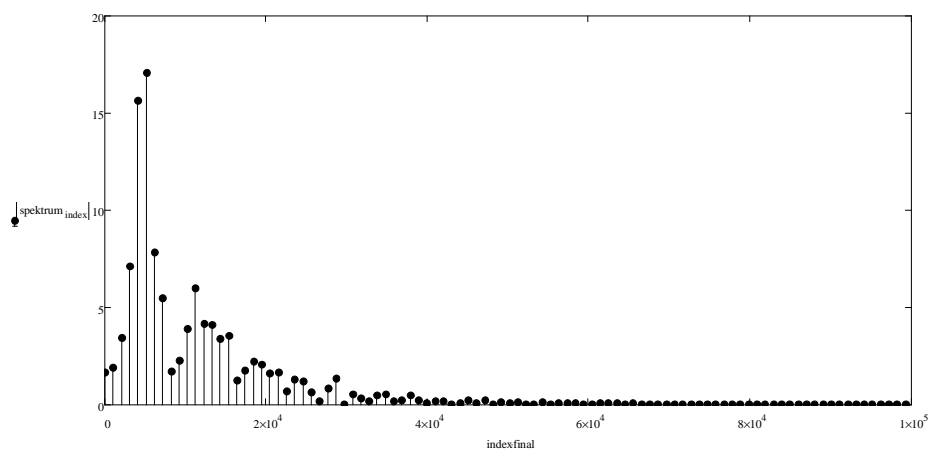


Obr. 7 Analýza oscilátora Shaw-van der Pol v čase



$(E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)})$

Obr. 8 Analýza oscilátora Shaw-van der Pol v stavovom priestore



Obr. 9 Spektrum signálu oscilátora Shaw-van der Pol

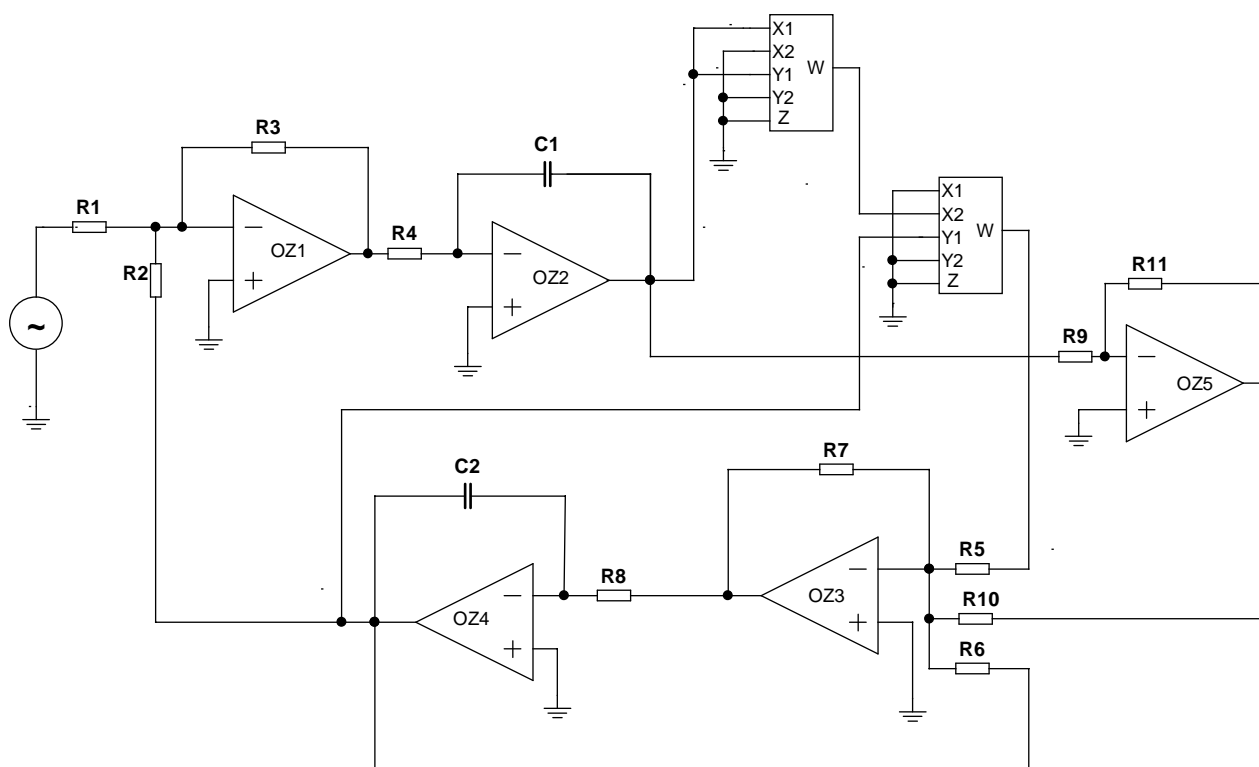
5.1.1 Syntéza buďného oscilátora Shaw-van der Pol

Diferenciálne rovnice pre tento oscilátor majú tvar:

$$\dot{x} = x - y - x \cdot y^2$$

$$\dot{y} = x + A \cdot \sin(\omega t)$$

Z týchto rovníc je navrhnuté zapojenie, ktoré vychádza z integrátorovej metódy. Obvod realizujúci nasledujúce rovnice je na Obr. 7.

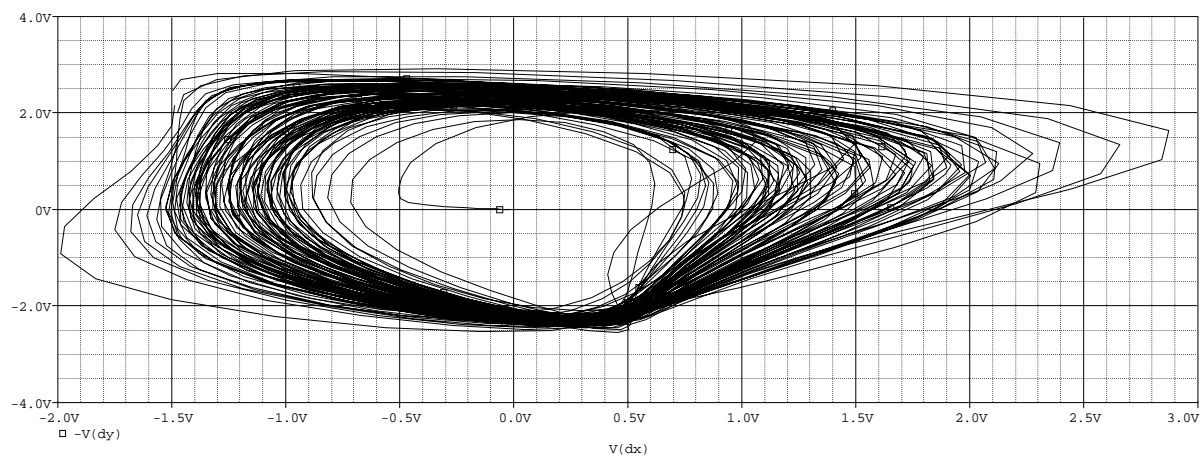


Obr. 10 Obvod pre realizáciu budeného oscilátoru Shaw-van der Pol

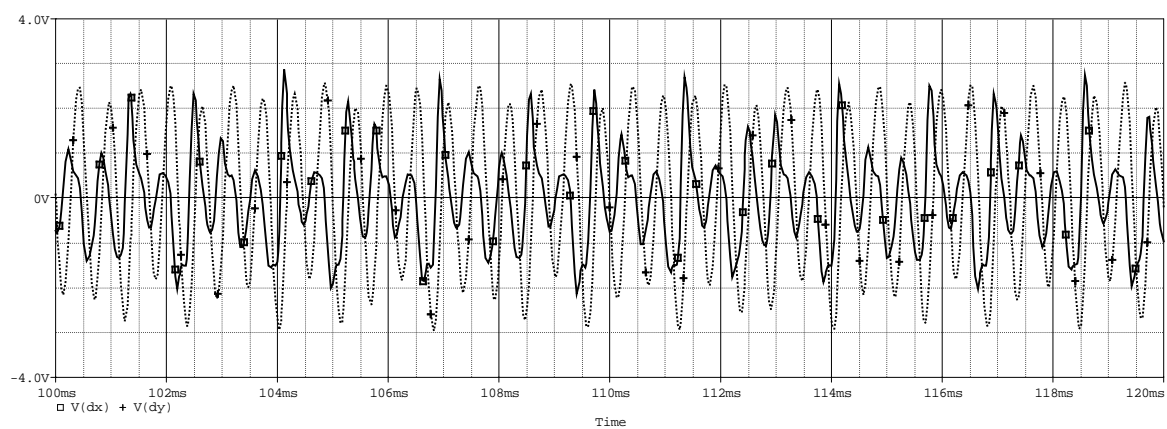
OZ1 realizuje sumačný člen, kde odpory $R1=R2=R3=1\text{k}\Omega$ predstavujú konštanty pre sčítanie 1. Budenie je privedené z generátora cez odpor $R1$. $R4$ spolu s $C1$ predstavujú časovú konštantu pre integrátor OZ2. Kapacita $C1$ je zvolená 100nF a $R=1\text{k}\Omega$. OZ3 je sumačný člen, kde konštanty pre sčítanie nastavujú odpory $R5, R6$ a $R7$. Rezistor v spätnej väzbe $R7$ je zvolený $100\text{k}\Omega$ a keďže výstup z násobenia má konštantu $0,01$, je potrebné $R5$ dopočítať podľa (2). Konštantu sčítania z výstupu integrátora OZ4 je 1, preto $R6=100\text{k}\Omega$ a musí odpovedať odporu $R7$ teda $100\text{k}\Omega$ a konečne $R5=1\text{k}\Omega$. OZ4 realizuje druhý integrátor. Kondenzátor $C2$ je opäť zvolený 100nF a odpor $R8=1\text{k}$. $R9$ určuje konštantu pre sčítanie z výstupu OZ2 a vstupu OZ4 a jeho hodnota musí odpovedať hodnote odporu $R8=1\text{k}\Omega$. Na výstupe OZ4 je teda x .

5.1.2 Simulácia budeného oscilátoru Shaw-van der Pol

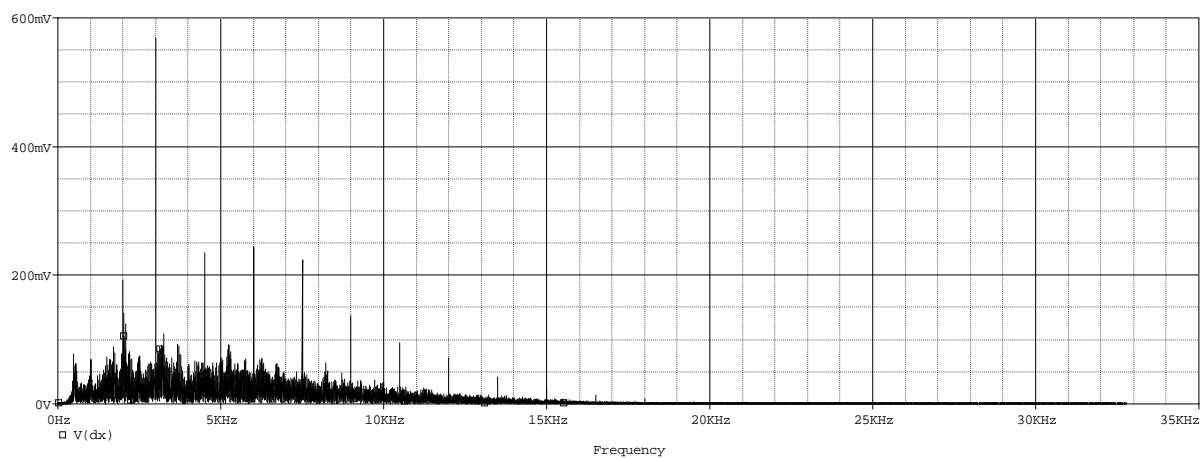
Amplitúda budenia obvodu z prvku VSIN má hodnotu 1V , frekvencia je $1,9\text{kHz}$. Simulácia obvodu je na obr. 11 až 14.



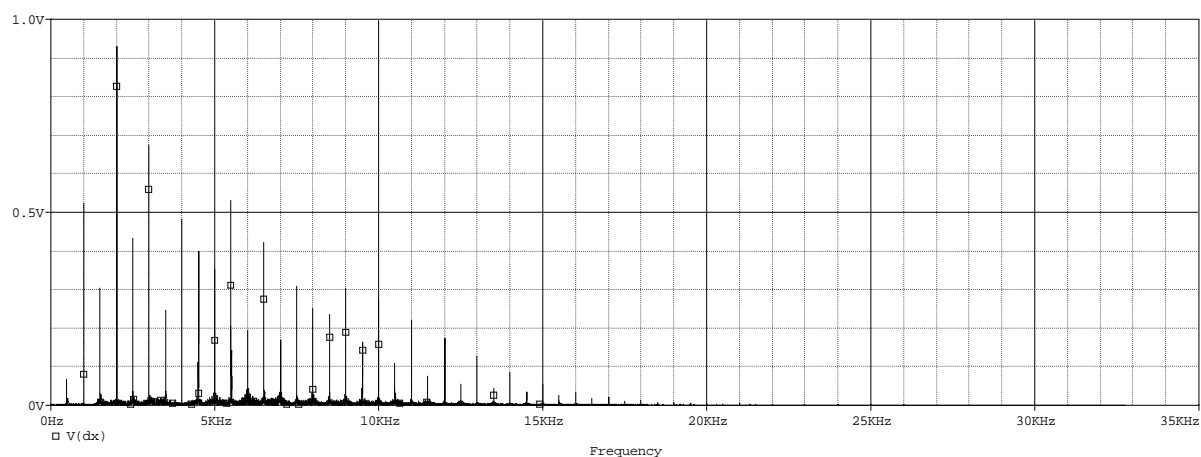
Obr. 11 Simulácia budeného oscilátoru Shaw-van der Pol



Obr. 12 Časové priebehy výstupov budeného oscilátoru Shaw-van der Pol



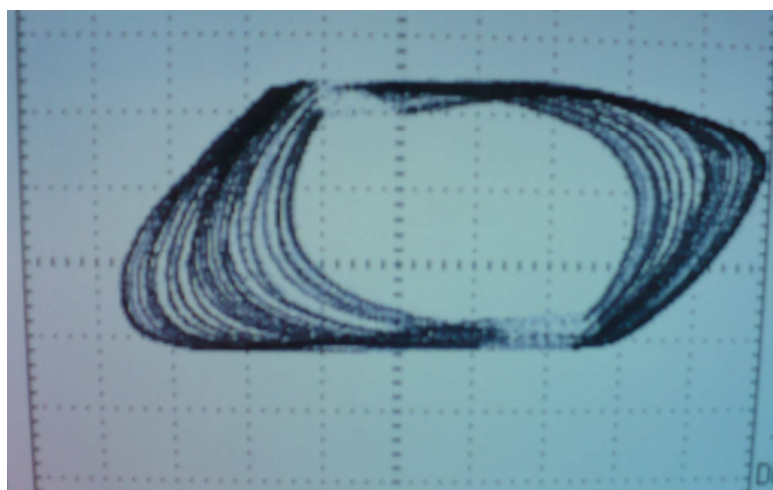
Obr. 13 Frekvenčné spektrum pre budenie 1,5kHz budeného oscilátoru Shaw-van der Pol



Obr. 14 Frekvenčné spektrum pre frekvenciu budenia 1kHz budeného oscilátoru Shaw-van der Pol

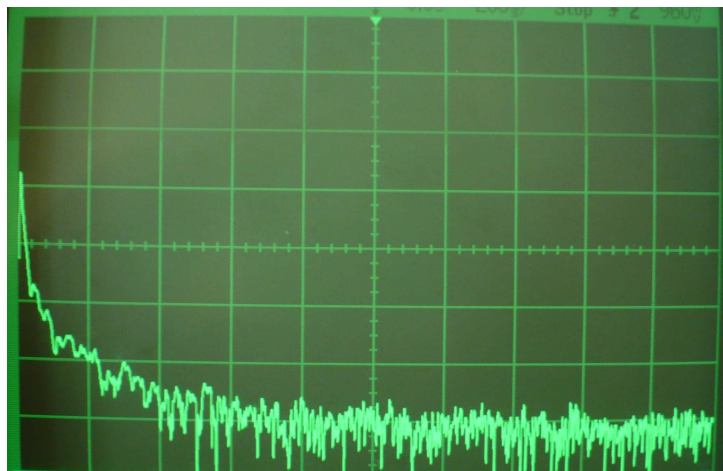
5.1.3 Realizácia budeného oscilátoru Shaw-van der Pol

Obvod bol budený amplitúdou 3V s frekvenciou 1,8kHz.



CH1- 0,5V/ dielik
CH2- 0,5V/dielik

Obr. 15 Atraktor budeného oscilátoru Shaw-van der Pol



Frekvenčný rozsah 0-20kHz

Obr. 16 Zmerané spektrum budeného oscilátoru Shaw-van der Pol

5.2 Budený oscilátor Rayleigh-Duffing

Parametre dynamického systému pre algoritmus numerickej analýzy:

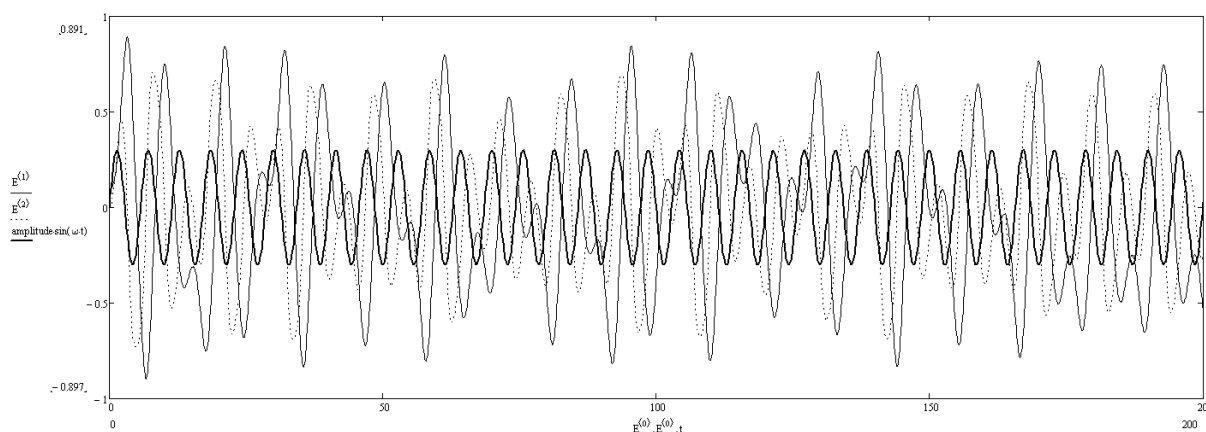
Amplitúda budenia 0,3V, normalizovaná uhlová frekvencia budenia $\omega=1,1$ rad/s.

Definícia stavových premenných:

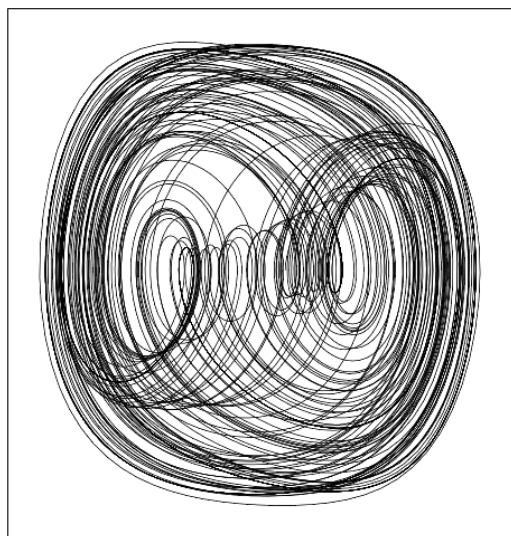
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}, \quad F(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -(x_1)^3 - (x_0)^3 \end{bmatrix}, \quad U(x, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \text{amp} \cdot \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$\text{system}(t, x) = A \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} + F(x, t) + U(x, t)$$

Časový priebeh analýzy je zobrazený na obrázku Obr. 17. Hrubý čierny priebeh je budenie. Atraktor v stavovom priestore je na obrázku Obr. 18 a spektrum signálu je na obrázku Obr. 19.

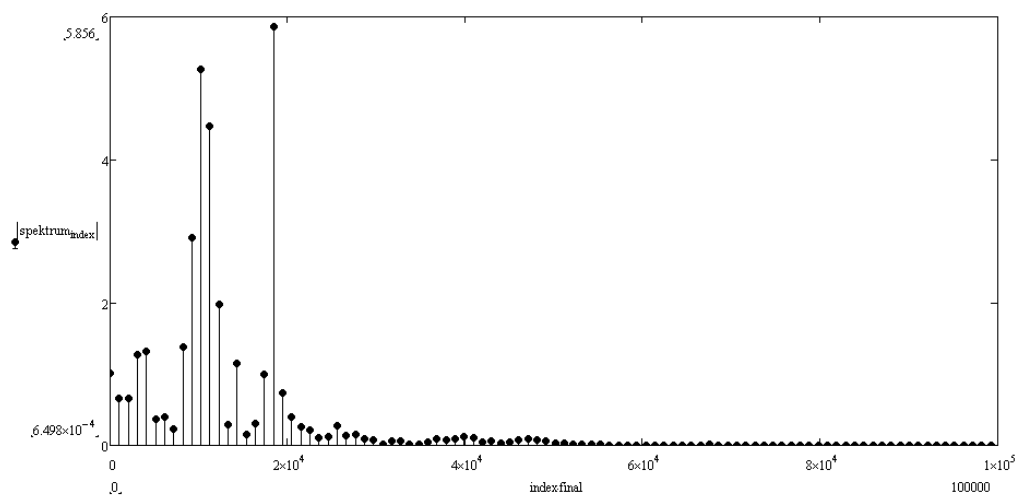


Obr. 17 Analýza oscilátora Rayleigh-Duffing v čase



$(E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)})$

Obr. 18 Analýza oscilátora Rayleigh-Duffing v stavovom priestore



Obr. 19 Spektrum signálu oscilátora Rayleigh-Duffing

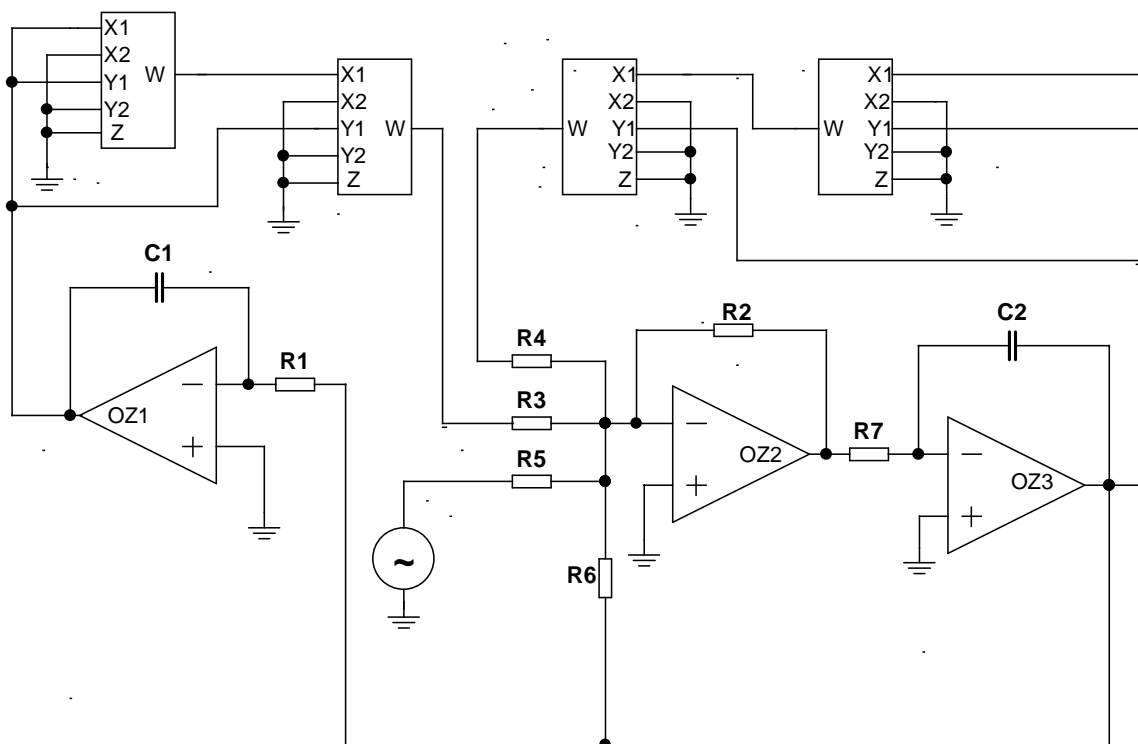
5.2.1 Syntéza buďného oscilátora Rayleigh-Duffing

Diferenciálne rovnice pre tento buďný oscilátor majú tvar

$$\dot{x} = y$$

$$\dot{y} = 0,2y - x^3 - y^3 + A \cdot \sin(\omega t)$$

Obvod realizujúci tieto rovnice vyzerá nasledovne:

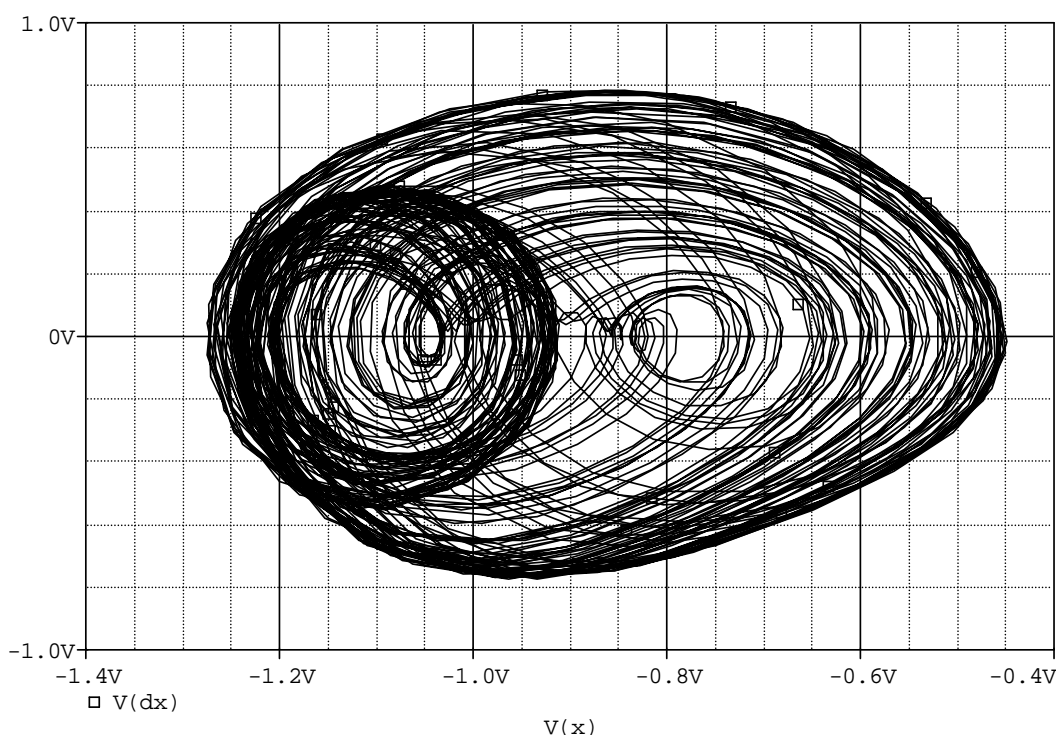


Obr. 20 Obvod pre realizáciu buďného oscilátora Rayleigh-Duffing

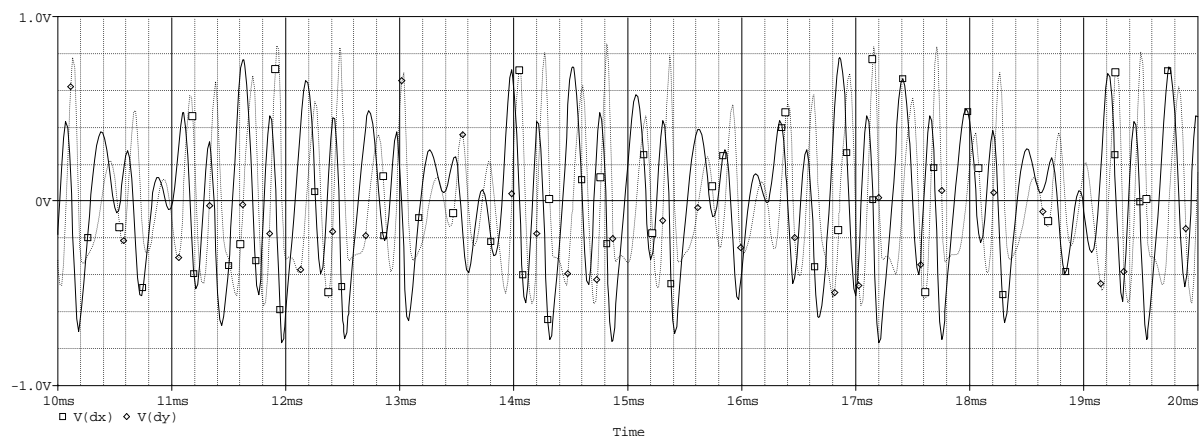
OZ1 a OZ3 tvoria integrátory s časovou konštantou nastavenou prvkami R1 a C1 resp. R7 a C2. C1=C2 je 100nF a odpor R1=R7=1kΩ. Štyri násobičky realizujú nelineárne funkcie x^3 a y^3 . Výstup z násobičiek je sčítaný v sumátore OZ2, kde je privedené aj budenie z generátora. Konštanty pre sčítanie nastavujú odpory R3 až R6 pričom výstup z násobičiek musí byť voči ostatným signálom násobený 100-krát. Ak je zvolená hodnota odporu R2=100kΩ, tak odpory R3 a R4 musia mať hodnotu 1kΩ a R6=500kΩ, pretože konštanta pre sčítanie je 0,2.

5.2.2 Simulácia budeného oscilátoru Rayleigh-Duffing

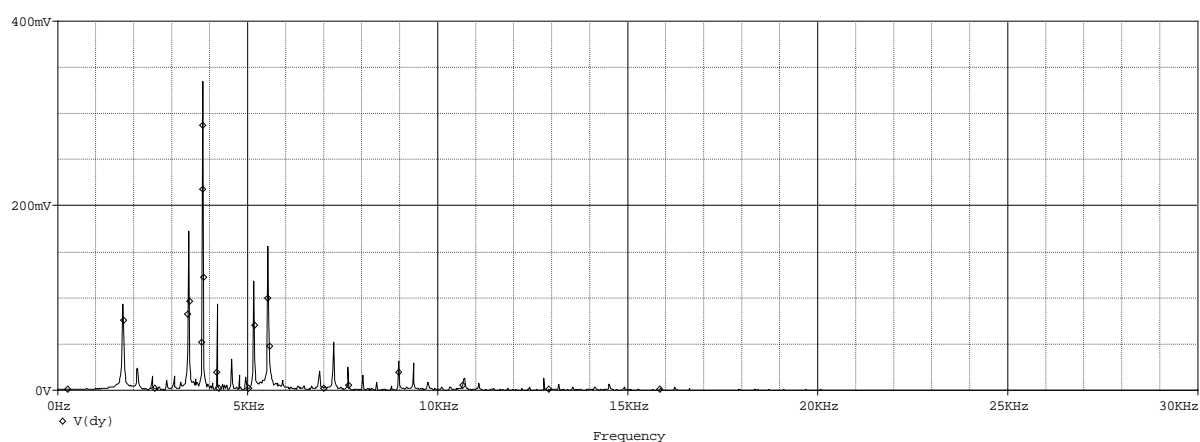
Amplitúda budenia obvodu z prvku VSIN ma hodnotu 0,5V, frekvencia je 1,7kHz. Simulácia obvodu je na Obr. 21 až 23.



Obr. 21 Simulácia budeného oscilátoru Rayleigh-Duffing



Obr. 22 Časové priebehy výstupov budeného oscilátoru Rayleigh-Duffing



Obr. 23 Frekvenčné spektrum budeného oscilátoru Rayleigh-Duffing

5.3 Budený oscilátor driven van der Pol

Parametre dynamického systému pre algoritmus numerickej analýzy:

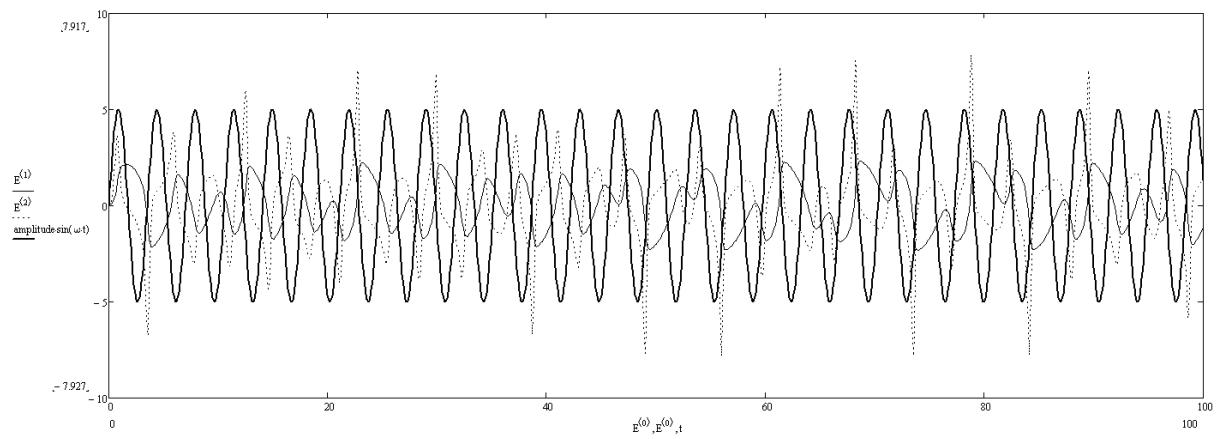
Amplitúda budenia 5V, normalizovaná uhlová frekvencia budenia $\omega=1,788\text{rad/s}$.

Definícia stavových premenných:

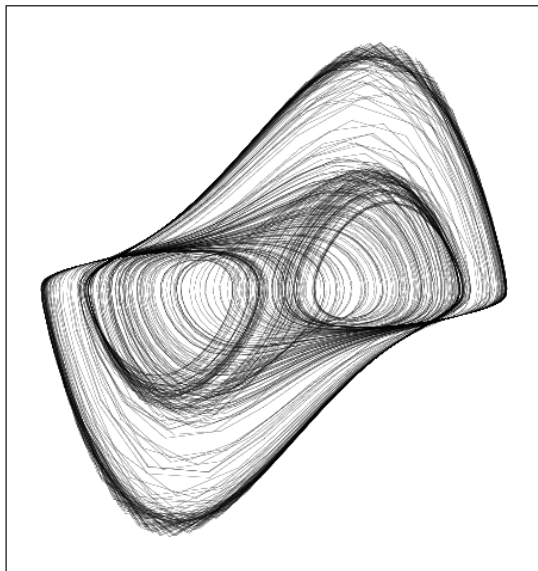
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad F(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \cdot (x_0)^2 \cdot x_1 \end{bmatrix}, \quad U(x, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \text{amp} \cdot \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$\text{system}(t, x) = A \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} + F(x, t) + U(x, t)$$

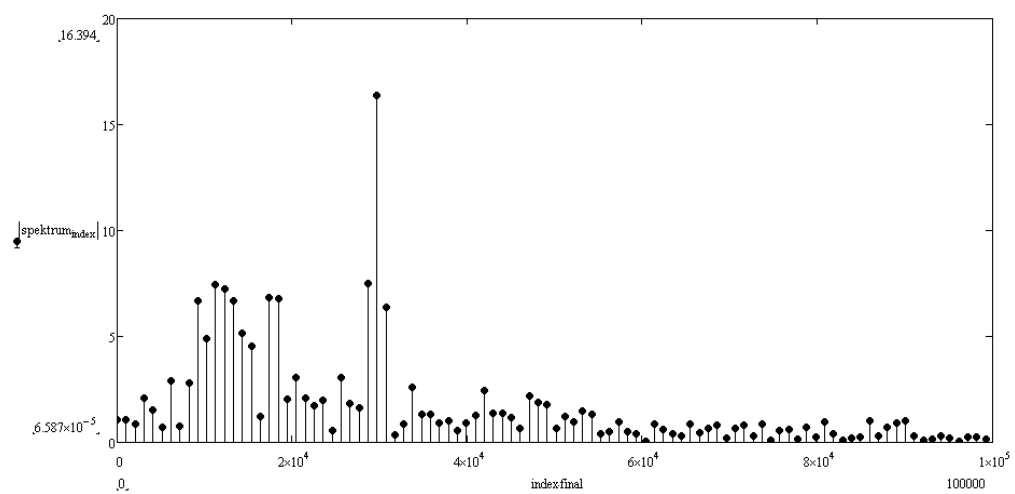
Časový priebeh analýzy je zobrazený na obrázku Obr. 24. Hrubý čierny priebeh je budenie. Atraktor v stavovom priestore je na obrázku Obr. 25 a spektrum signálu je na obrázku Obr. 26.



Obr. 24 Analýza oscilátora driven van der Pol v čase



Obr. 25 Analýza oscilátora driven van der Pol v stavovom priestore



Obr. 26 Spektrum signálu oscilátora driven van der Pol

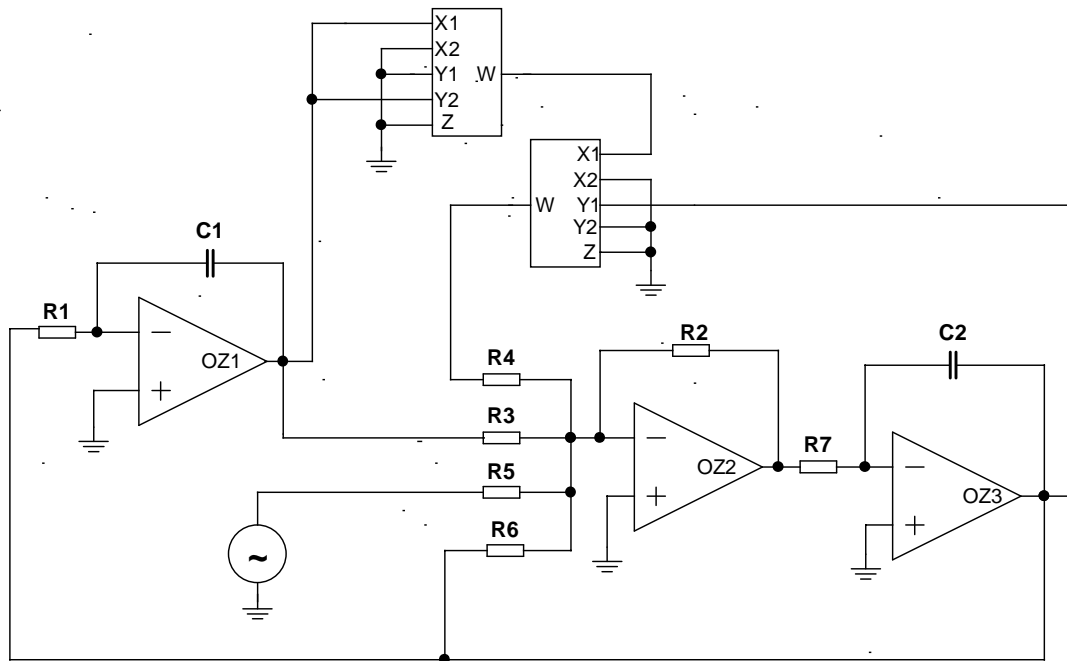
5.3.1 Syntéza buďného oscilátora driven van der Pol

Diferenciálne rovnice tohto buďného oscilátora majú tvar:

$$\dot{x} = y$$

$$\dot{y} = -x + 3 \cdot y - 3 \cdot x^2 \cdot y + A \cdot \sin(\omega t)$$

Obvod realizujúci tieto rovnice vyzerá nasledovne:

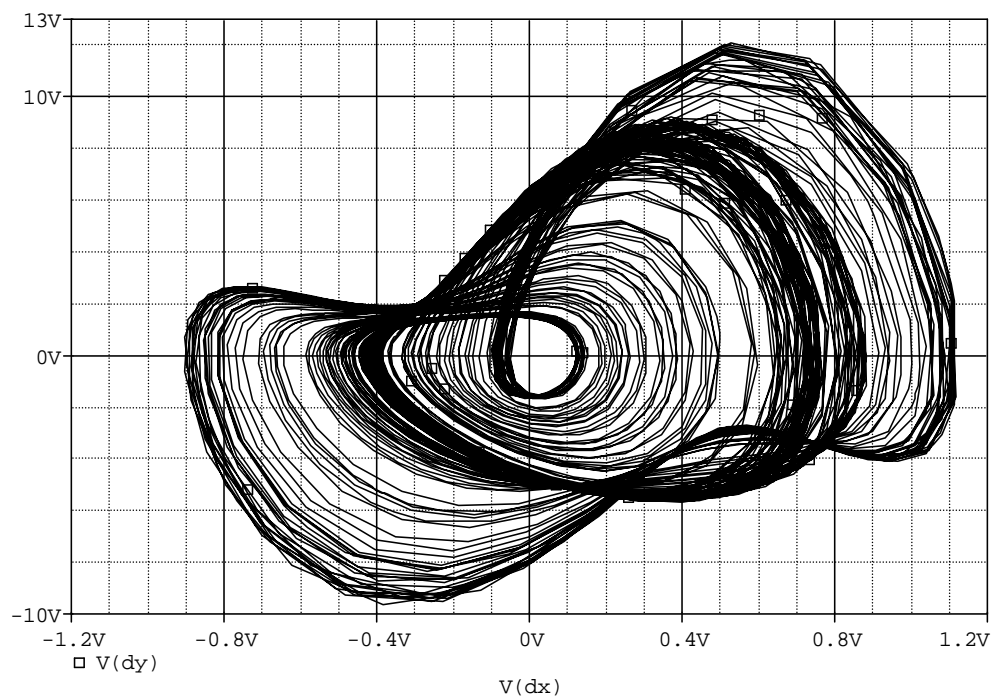


Obr. 27 Obvod pre realizáciu buďného oscilátora driven van der Pol

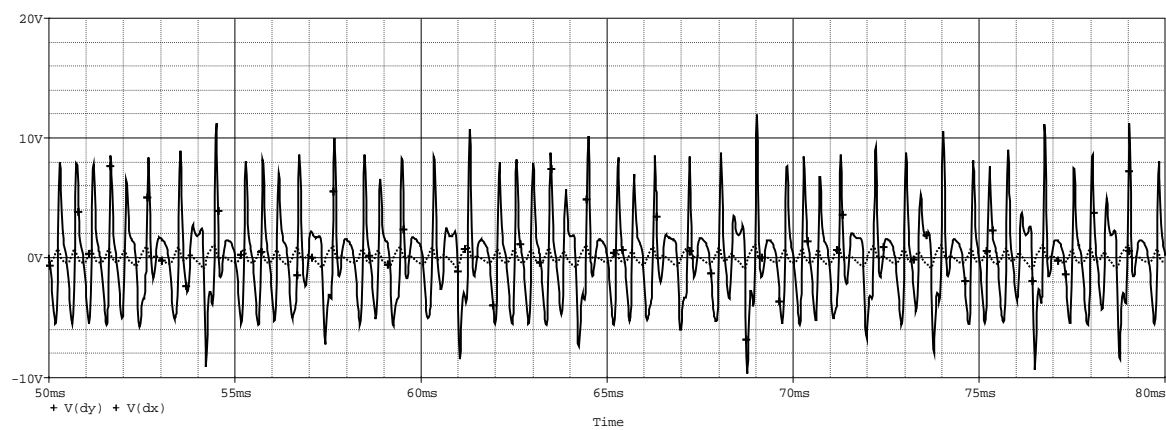
Kapacita $C1$ a $C2$ je zvolená 100nF a odpor $R1$ a $R7$ je $1\text{k}\Omega$. Jedna násobička realizuje násobenie $0,1 \cdot (-x^2)$ a následne druhá násobička realizuje $0,01 \cdot (-x^2 \cdot y)$. Koeficienty sčítania sú určené pomerom odporov $R3$ až $R6$ ku odporu $R2$. Keďže výsledok násobenia má mať konštantu 3 je potrebné výsledok vynásobiť 300-krát. V súčtovom zosilňovači $OZ2$ je zvolená hodnota odporu v spätnej väzbe $R2=300\text{k}\Omega$. Podľa vzorca (2) má odpor $R4$ hodnotu $1\text{k}\Omega$. Konštanta pre signál z budenia a z integrátora $OZ1$ je 1, preto bude hodnota odporov $R3$ a $R5$ rovnaká ako odporu $R2$ v spätnej väzbe $300\text{k}\Omega$. Posledný odpor v súčtovom zosilňovači $OZ2$ privádza signál z výstupu integrátora $OZ3$. Výstupom tohto integrátora je y . Keďže v súčte má y konštantu 3 odpor $R6$ bude mať hodnotu odporu 3-krát menšiu ako je odpor $R2$ v spätnej väzbe súčtového zosilňovača teda $R6=100\text{k}\Omega$.

5.3.2 Simulácia buďného oscilátoru driven van der Pol

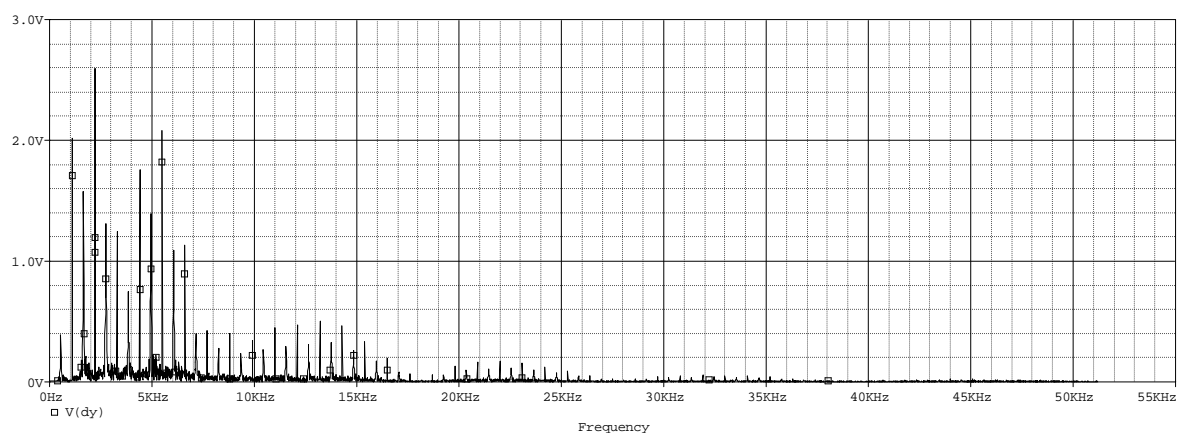
Amplitúda buďenia obvodu z prvku VSIN ma hodnotu 4V, frekvencia je 1,6kHz. Simulovaný atraktor je na Obr. 28 až 30.



Obr. 28 Simulácia buďného oscilátoru driven van der Pol



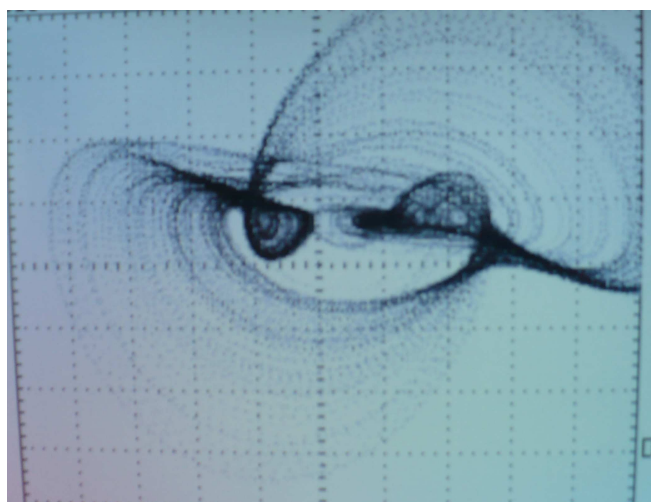
Obr. 29 Časový priebeh výstupu buďného oscilátoru driven van der Pol



Obr. 30 Frekvenčné spektrum budeného oscilátoru driven van der Pol

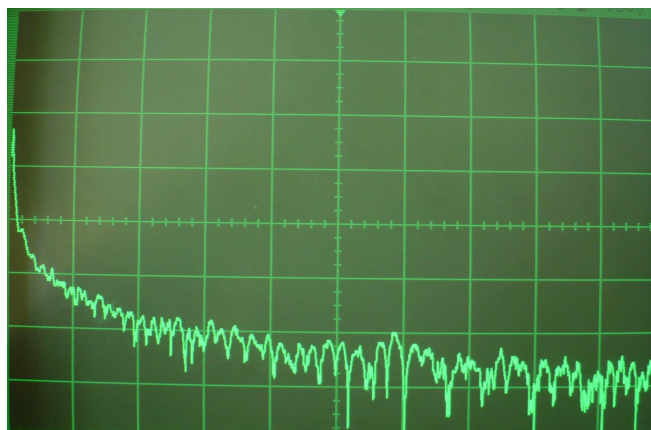
5.3.3 Realizácia budeného oscilátoru driven van der pol

Obvod bol budený z generátora s amplitúdou 4,5V s frekvenciou 1,4kHz. Atraktor je na Obr. 31.



CH1 – 0,3V/dielik
CH2 – 1V/dielik

Obr. 31 Atraktor budeného oscilátoru driven van der pol



frekvenčný rozsah: 0-20kHz

Obr. 32 Zmerané frekvenčné spektrum budeného oscilátoru driven van der pol

5.4 Budený oscilátor Duffing-van der Pol

Parametre dynamického systému pre algoritmus numerickej analýzy:

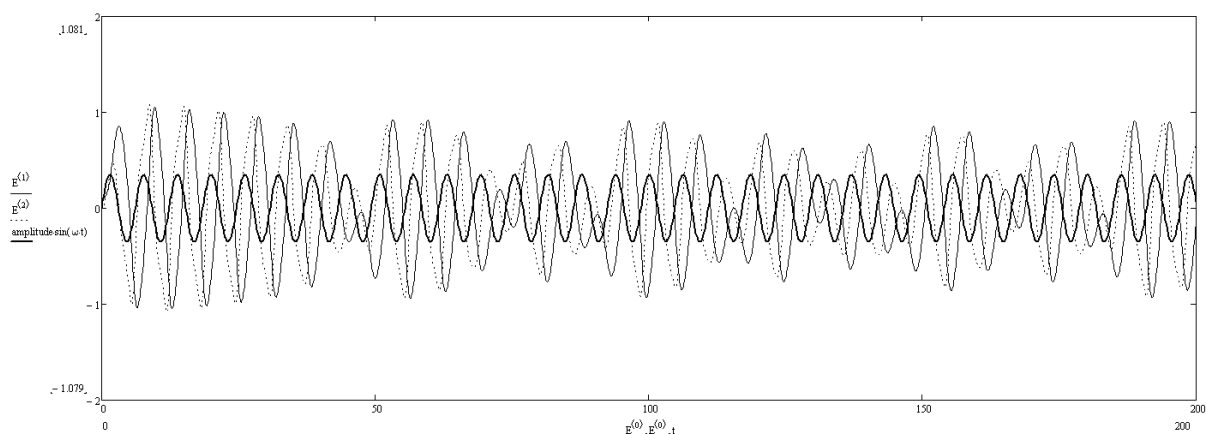
Amplitúda budenia 0,35V, normalizovaná uhlová frekvencia budenia $\omega=1,02\text{rad/s}$.

Definícia stavových premenných:

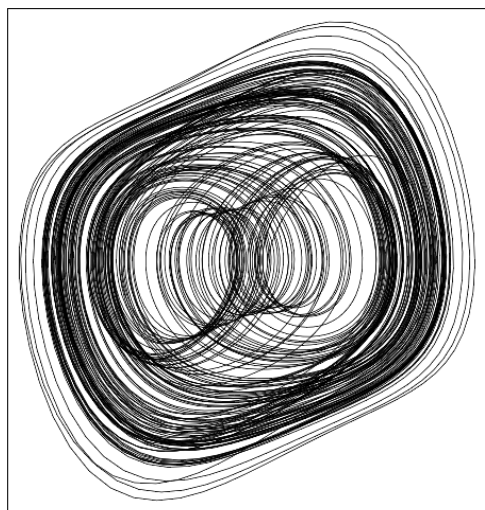
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}, \quad F(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.6 \cdot (x_0)^2 \cdot x_1 - (x_0)^3 \end{bmatrix}, \quad U(x, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \text{amp} \cdot \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

$$\text{system}(t, x) = A \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} + F(x, t) + U(x, t)$$

Časový priebeh analýzy je zobrazený na obrázku Obr. 33. Hrubý čierny priebeh je budenie. Atraktor v stavovom priestore je na obrázku Obr. 34 a spektrum signálu je na obrázku Obr. 35.

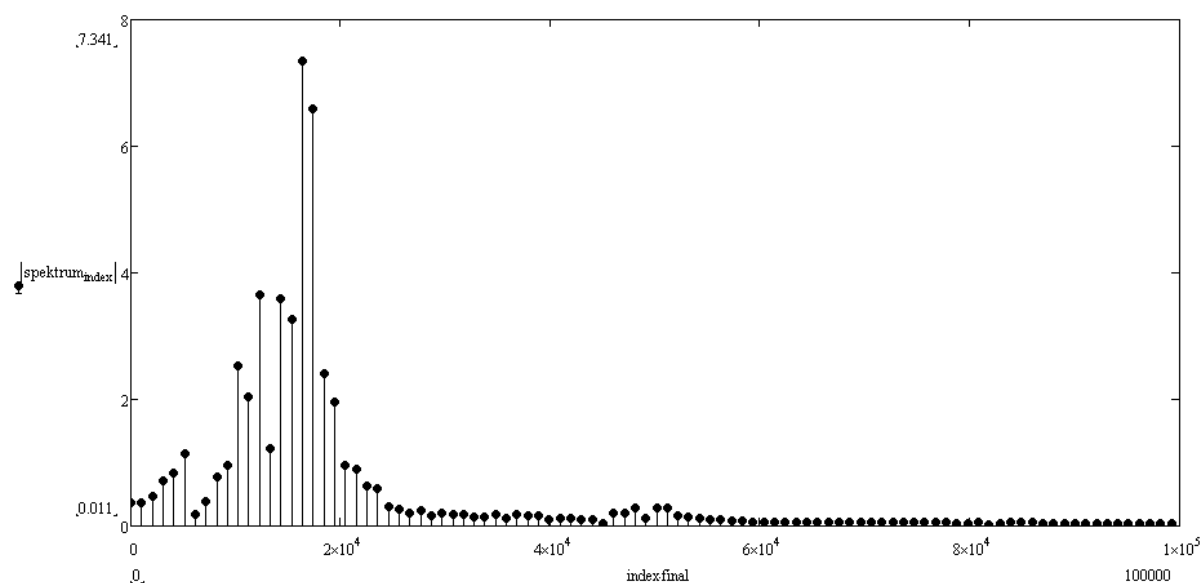


Obr. 33 Analýza oscilátoru Duffing-van der Pol v čase



$(E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)})$

Obr. 34 Analýza oscilátoru Duffing-van der Pol v stavovom priestore



Obr. 35 Spektrum signálu oscilátora Duffing-van der Pol

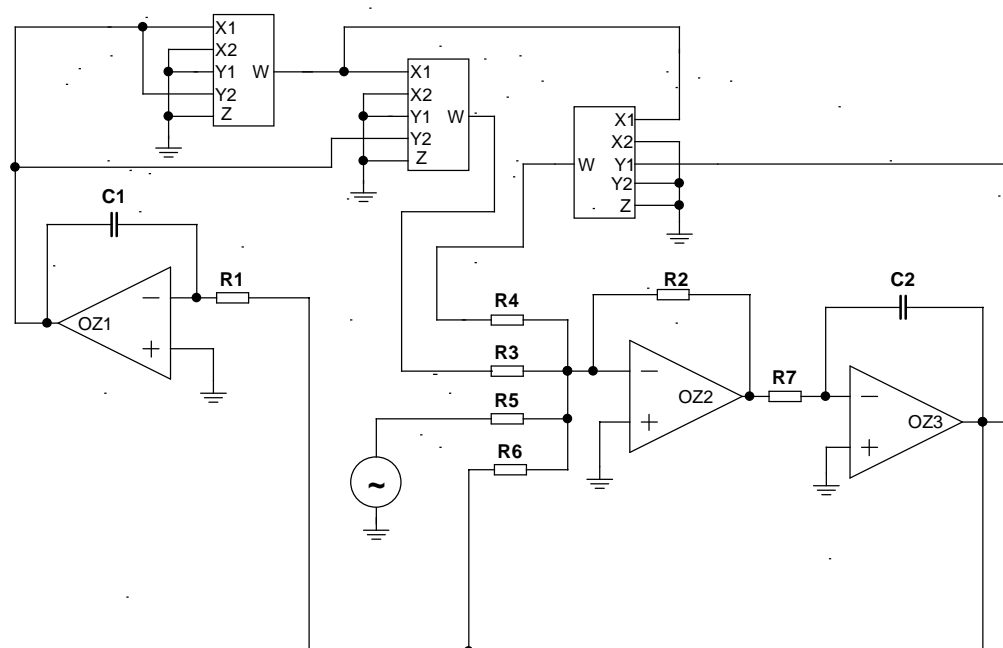
5.4.1 Syntéza buďného oscilátora Duffing-van der Pol

Diferenciálne rovnice tohto systému sú

$$\dot{x} = y$$

$$\dot{y} = 0,2 \cdot y - 1,6 \cdot x^2 \cdot y - x^3 + A \cdot \sin(\omega t)$$

Obvod realizujúci tieto rovnice vyzerá nasledovne Obr. 36.

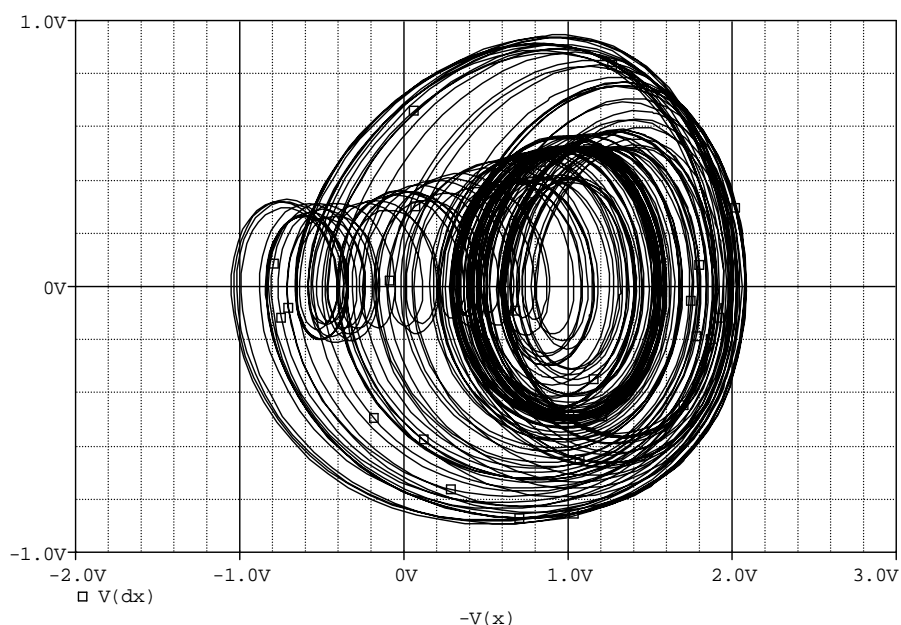


Obr. 36 Obvod pre realizáciu buďného oscilátora Duffing-van der Pol

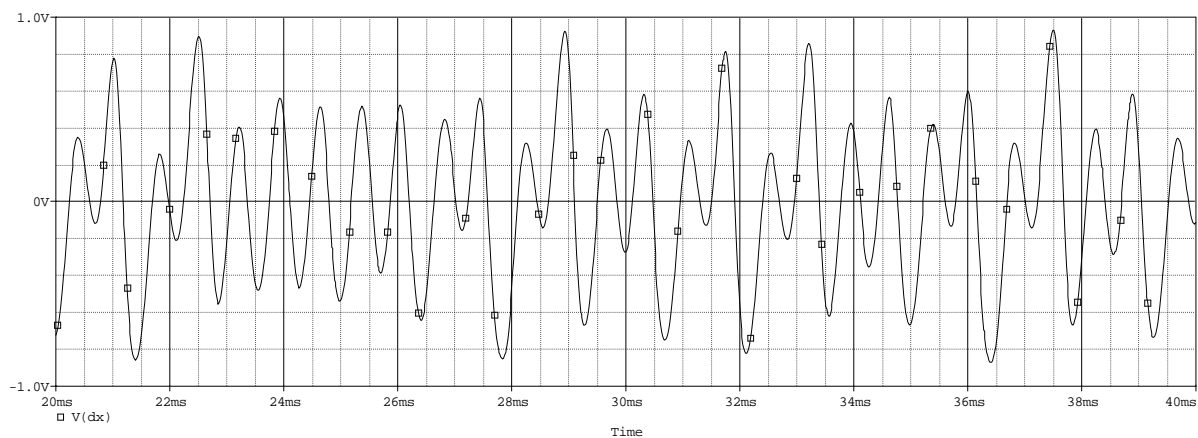
Obvod je zložený z dvoch integrátorov, jedného sumátoru a troch násobičiek. OZ1 a OZ3 realizujú integrátory. Ich prvky majú hodnoty $R_1=R_7=1\text{k}\Omega$ a $C_1=C_2=100\text{nF}$. Konštanty pre sčítanie v sumátore OZ2 určujú hodnoty odporov R_2 až R_6 . Hodnota odporu R_2 v spätnej väzbe sumačného zosilňovača je zvolená $160\text{k}\Omega$. Podľa (2) tomu odpovedajú hodnoty odporov $R_4=1\text{k}\Omega$, $R_3=1,6\text{k}\Omega$, $R_5=160\text{k}\Omega$, $R_6=800\text{k}\Omega$.

5.4.2 Simulácia budeného oscilátoru Duffing-van der Pol

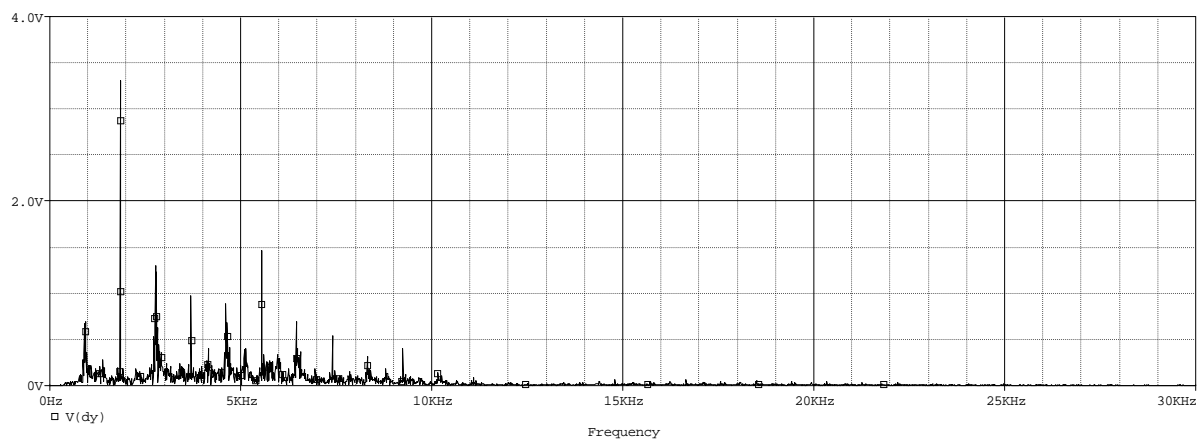
Amplitúda budenia obvodu z prvku VSIN má hodnotu 2V , frekvencia je $1,7\text{kHz}$. Simulácia atraktora obvodu je na Obr. 37 až 39.



Obr. 37 Simulácia budeného oscilátoru Duffing-van der Pol



Obr. 38 Časový priebeh výstupu budeného oscilátoru Duffing-van der Pol



Obr. 39 Frekvenčné spektrum budeného oscilátoru Duffing-van der Pol

5.5 Budený oscilátor Duffing two-well

Parametre dynamického systému pre algoritmus numerickej analýzy:

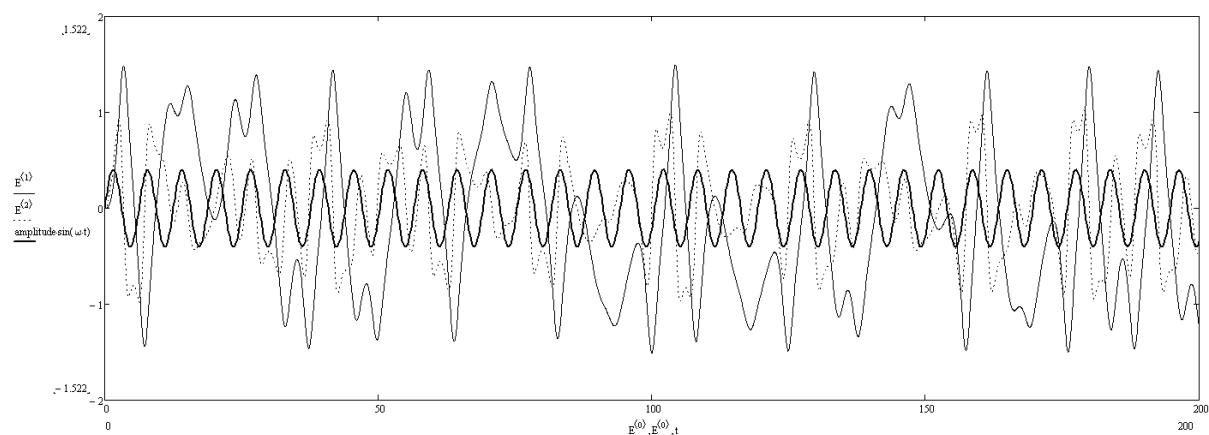
Amplitúda budenia 0,4V, normalizovaná uhlová frekvencia budenia $\omega=1\text{rad/s}$.

Definícia stavových premenných:

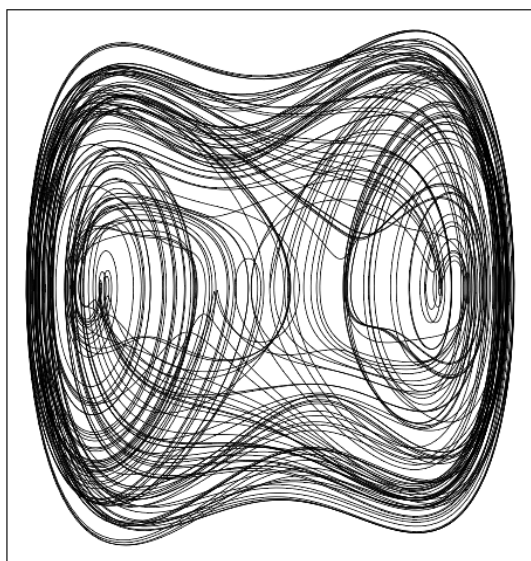
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad F(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -(x_0)^3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad U(x, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \text{amp} \cdot \sin(\omega t) \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{system}(t, x) = A \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + F(x, t) + U(x, t)$$

Časový priebeh analýzy je zobrazený na obrázku Obr. 40. Hrubý čierny priebeh je budenie. Atraktor v stavovom priestore je na obrázku Obr. 41 a spektrum signálu je na obrázku Obr. 42.

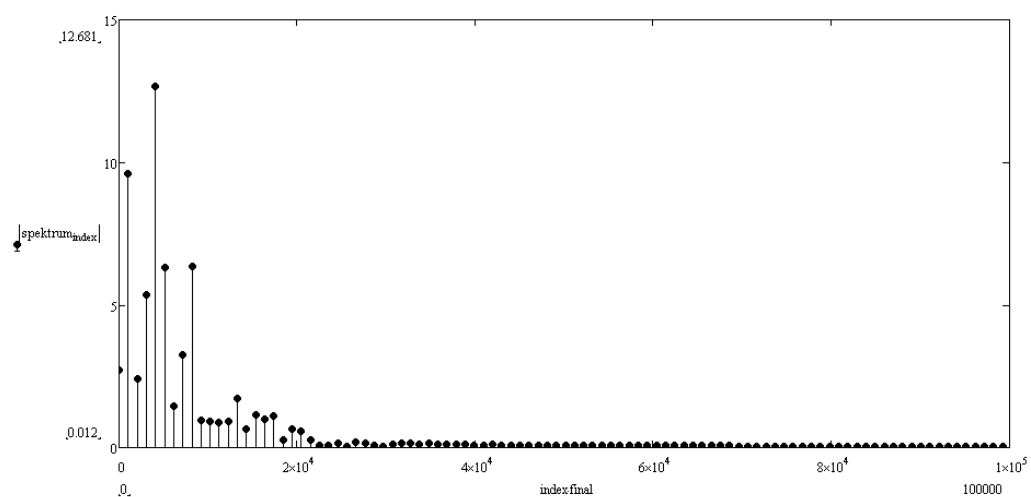


Obr. 40 Analýza oscilátoru Duffing two-well v čase



$(E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)})$

Obr. 41 Analýza oscilátoru Duffing two-well v stavovom priestore



Obr. 42 Spektrum signálu oscilátoru Duffing two-well

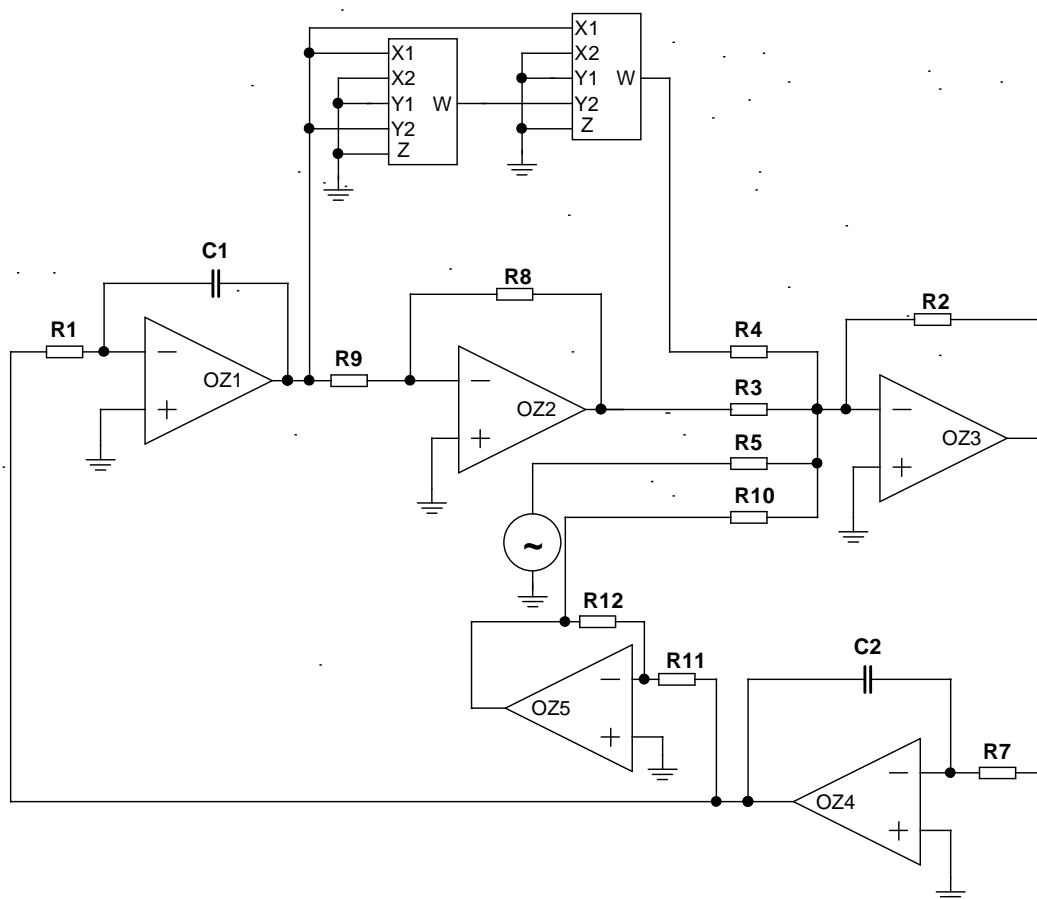
5.5.1 Syntéza buďného oscilátoru Duffing two-well

Diferenciálne rovnice pre tento systém

$$\dot{x} = y$$

$$\dot{y} = x - 0,25 \cdot y - x^3 + A \cdot \sin(\omega t)$$

Obvod realizujúci tieto rovnice vyzerá nasledovne:

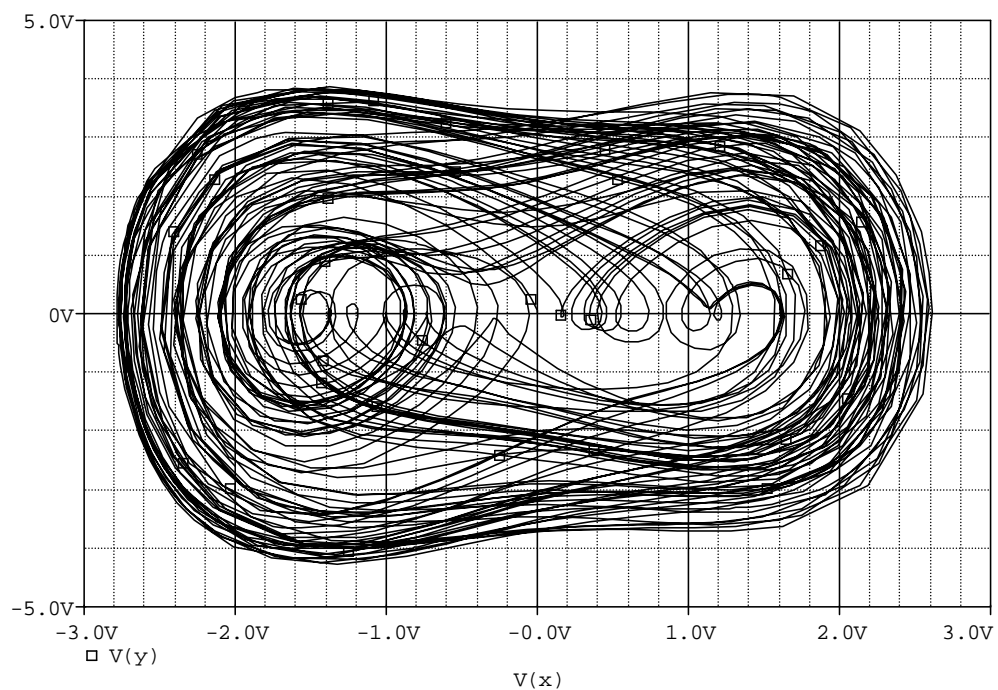


Obr. 43 Obvod pre realizáciu budeného oscilátoru Duffing two-well

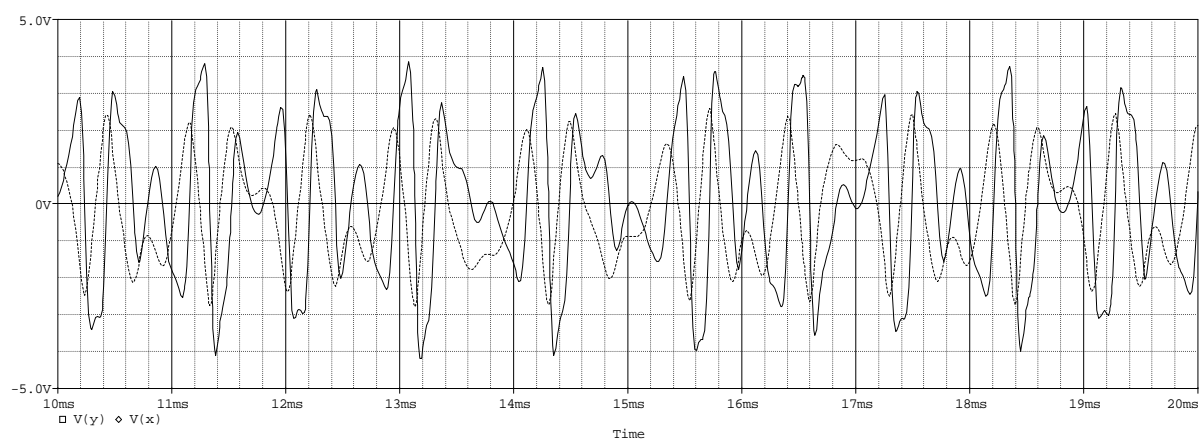
OZ1 a OZ4 realizujú integrátory. Násobičky realizujú kvadrát x a následne x^3 . Výstup druhej násobičky je vedený do sumačného zosilňovača s konštantou 1. Pri zvolenej hodnote odporu $R2=100\text{k}\Omega$ spätnej väzby sumačného zosilňovača OZ3, bude hodnota odporu $R4=1\text{k}\Omega$. OZ2 realizuje invertor a jeho prenos je -1 čomu odpovedajú odpory $R9$ a $R8=1\text{k}\Omega$. Zo zápisu rovníc je vidieť, že sčítanie premennej y je s koeficientom $0,25$. To je realizované odporom $R10$ pričom podľa (2) je jeho hodnota $400\text{k}\Omega$, avšak pred ním musí byť zaradený invertor kvôli otočeniu fázy. Odpor $R3$ a $R5$ musia realizovať sčítanie s koeficientom 1 preto musia odpovedať odporu $R2$ teda $100\text{k}\Omega$.

5.5.2 Simulácia budeného oscilátoru Duffing two-well

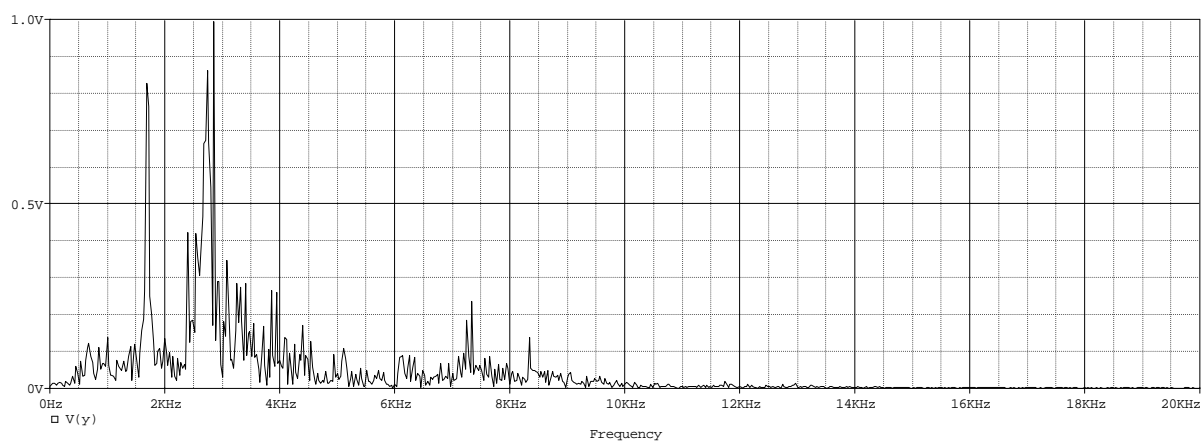
Amplitúda budenia obvodu z prvku VSIN má hodnotu 2V , frekvencia je $1,7\text{kHz}$. Simulácia obvodu je na Obr. 44 až 46.



Obr. 44 Simulácia buďeného oscilátoru Duffing two-well



Obr. 45 Časové priebehy výstupu buďeného oscilátoru Duffing two-well



Obr. 46 Frekvenčné spektrum buďeného oscilátoru Duffing two-well

5.6 Budený oscilátor Ueda

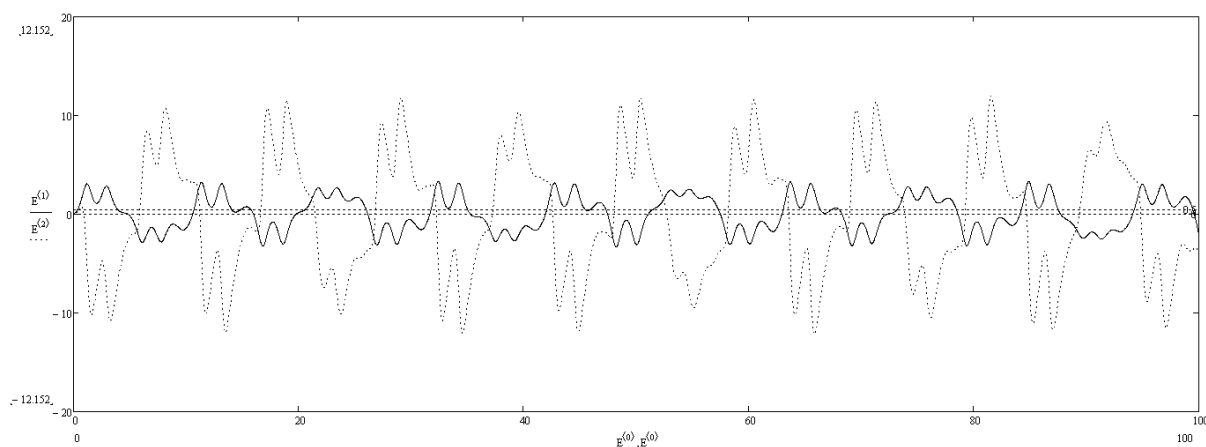
Parametre dynamického systému pre algoritmus numerickej analýzy:

Amplitúda budenia 8V, normalizovaná uhlová frekvencia budenia $\omega=0,6\text{rad/s}$.

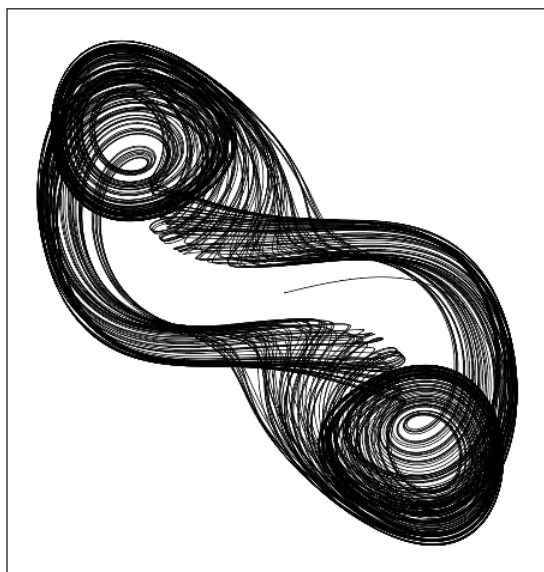
Definícia stavových premenných:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.2 \end{pmatrix}, \quad F(x, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -(x_0)^3 \end{bmatrix}, \quad U(x, t) = \begin{pmatrix} \text{amp} \cdot \sin(\omega t) \\ \text{amp} \cdot \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$
$$\text{system}(t, x) = A \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} + F(x, t) + U(x, t)$$

Časový priebeh analýzy je zobrazený na obrázku Obr. 47. Hrubý čierny priebeh je budenie. Atraktor v stavovom priestore je na obrázku Obr. 48 a spektrum signálu je na obrázku Obr. 49.

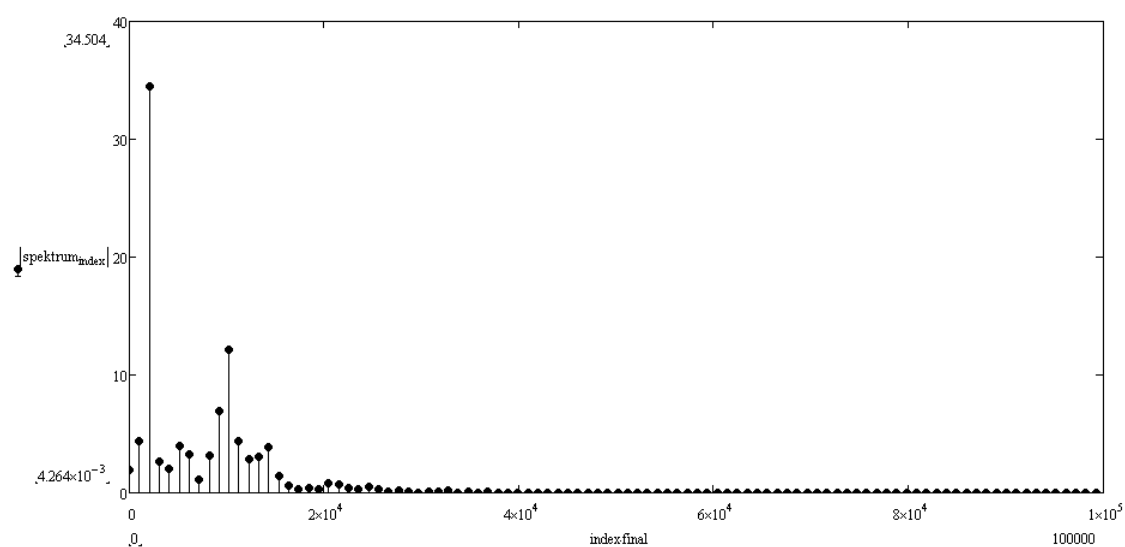


Obr. 47 Analýza oscilátoru Ueda v čase



$(E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)})$

Obr. 48 Analýza oscilátoru Ueda v stavovom priestore



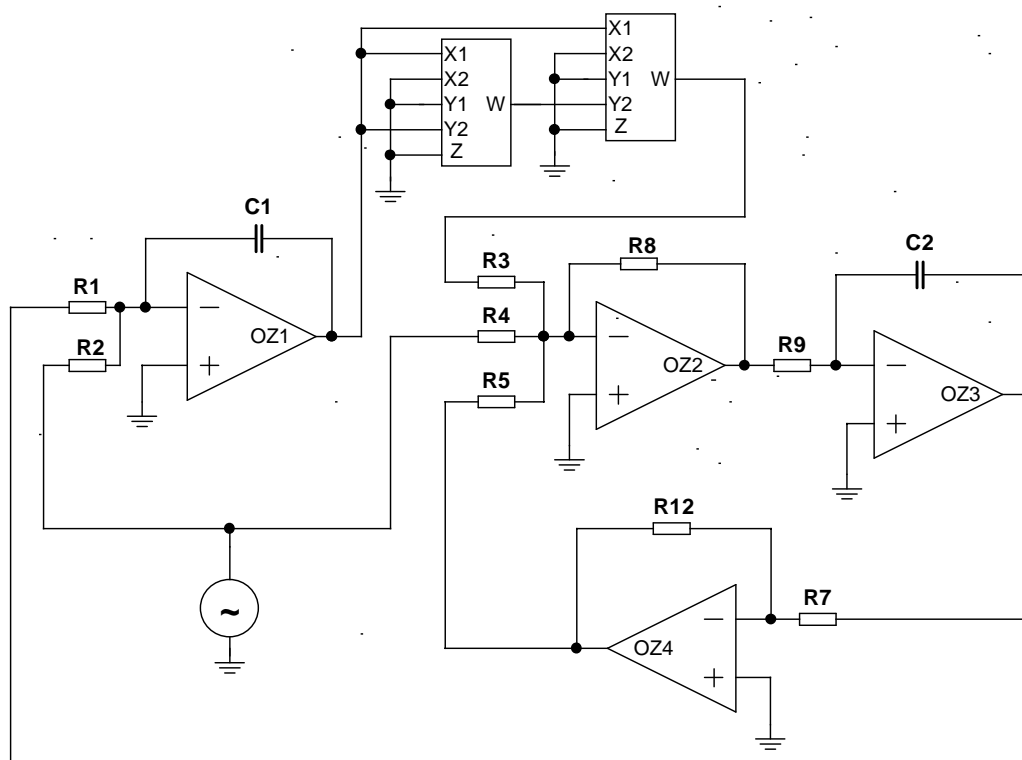
Obr. 49 Spektrum signálu oscilátora Ueda

5.6.1 Syntéza buzeného oscilátora Ueda

$$\dot{x} = y + A \cdot \sin(\omega t)$$

$$\dot{y} = -0,2 \cdot y - x^3 + A \cdot \sin(\omega t)$$

Tieto rovnice realizuje obvod na Obr. 50.

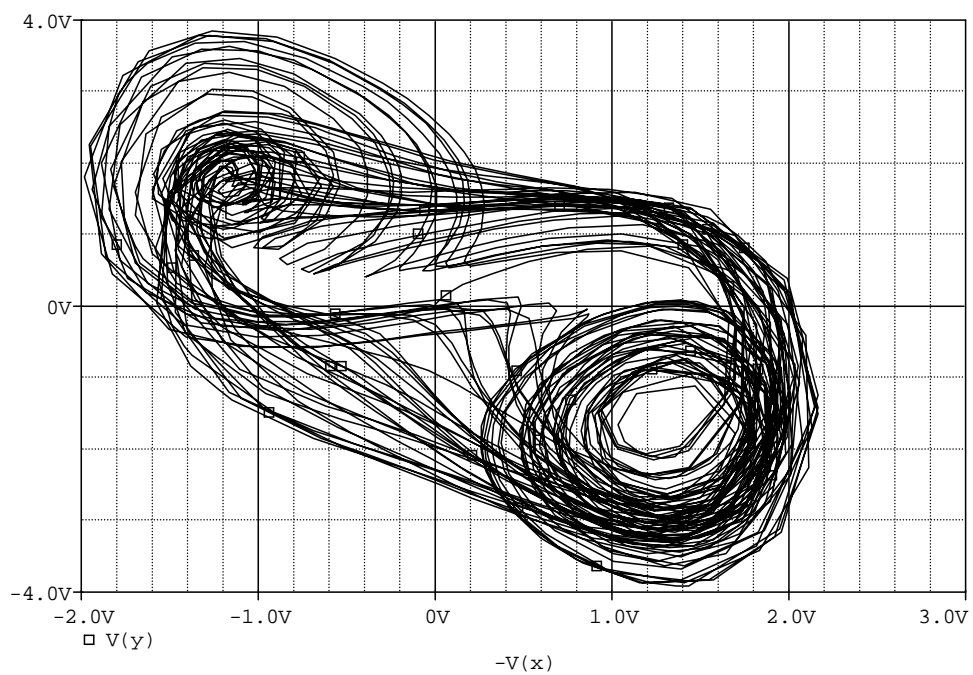


Obr. 50 Obvod pre realizáciu buďeného oscilátora Ueda

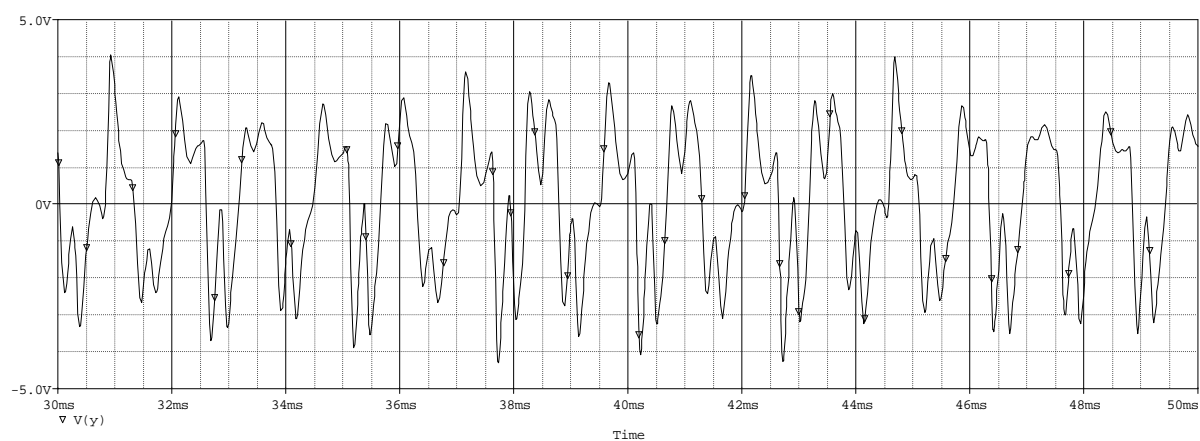
OZ1 a OZ3 realizujú integrátory. Spojením kaskády násobičiek je realizovaná funkcia $-x^3$ s konštantou 0,01. Výsledok je privedený na súčtový člen cez odpor R3. Odpor R8 je zvolený 100kΩ. Hodnota odporu R3 je podľa (2) 1kΩ. Odpory R4 a R5 majú hodnoty zhodne 100kΩ. OZ4 realizuje invertor s prenosom -1, ktorého výstup je ďalej vedený súmátora s koeficientom 0,2 teda odpor R5 musí byť 500kΩ podľa (2).

5.6.2 Simulácia buďeného oscilátora Ueda

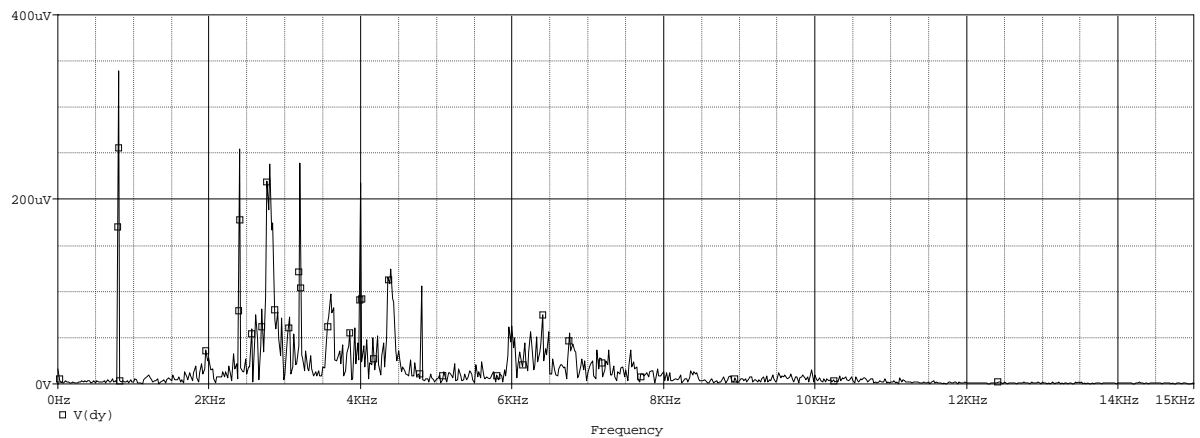
Amplitúda budenia obvodu z prvku VSIN ma hodnotu 4V, frekvencia je 600Hz. Simulácia obvodu je na Obr. 51.



Obr. 51 Simulácia budeného oscilátoru Ueda



Obr. 52 Časový priebeh budeného oscilátoru Ueda



Obr. 53 Frekvenčné spektrum budeného oscilátoru Ueda

5.7 Budený oscilátor forced Brusselator

Parametre dynamického systému pre algoritmus numerickej analýzy:

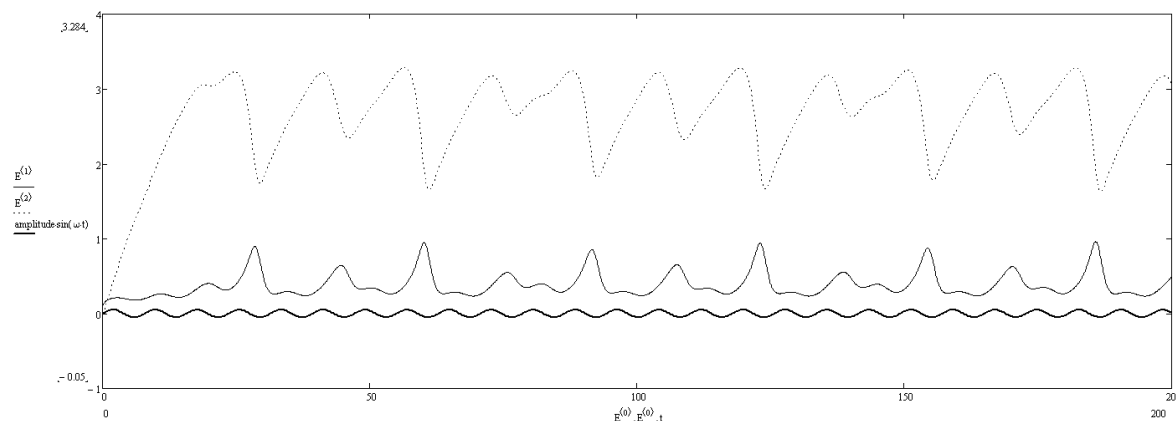
Amplitúda budenia 0,05V, normalizovaná uhlová frekvencia budenia $\omega=0,8\text{rad/s}$.

Definícia stavových premenných:

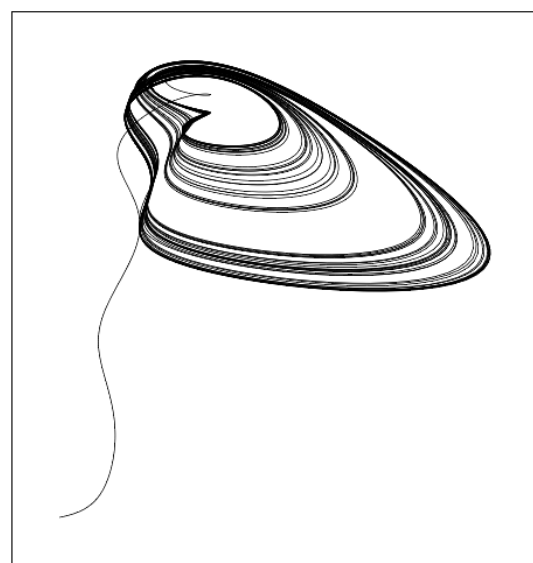
$$A = \begin{pmatrix} -2.2 & 0 \\ 1.2 & 0 \end{pmatrix}, \quad F(x, t) = \begin{bmatrix} (x_0)^2 \cdot x_1 \\ -(x_0)^2 \cdot x_1 \end{bmatrix}, \quad U(x, t) = \begin{pmatrix} \text{amp} \cdot \sin(\omega t) + 0.4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{system}(t, x) = A \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} + F(x, t) + U(x, t)$$

Časový priebeh analýzy je zobrazený na obrázku Obr. 54. Hrubý čierny priebeh je budenie. Atraktor v stavovom priestore je na obrázku Obr. 55 a spektrum signálu je na obrázku Obr. 56.

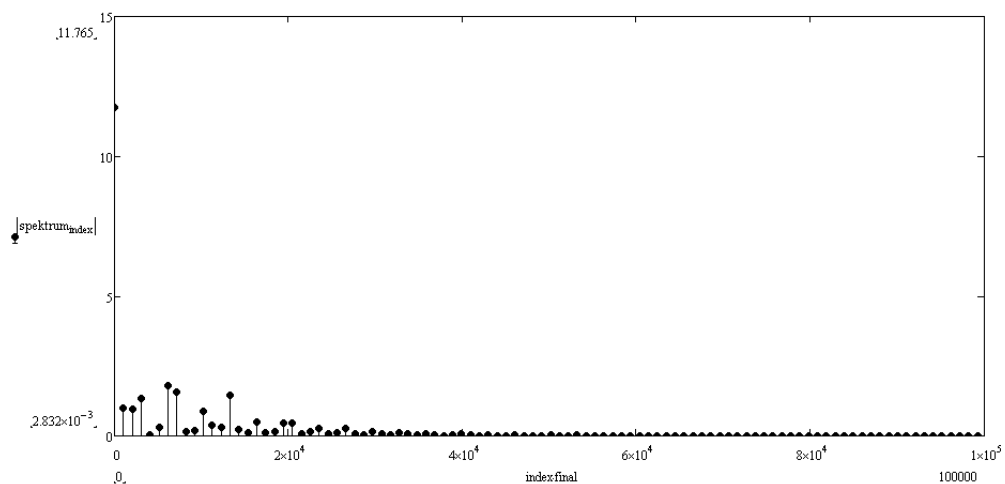


Obr. 54 Analýza oscilátoru forced Brusselator v čase



$(E^{(0)}, E^{(1)}, E^{(2)})$

Obr. 55 Analýza oscilátoru forced Brusselator v stavovom diagrame



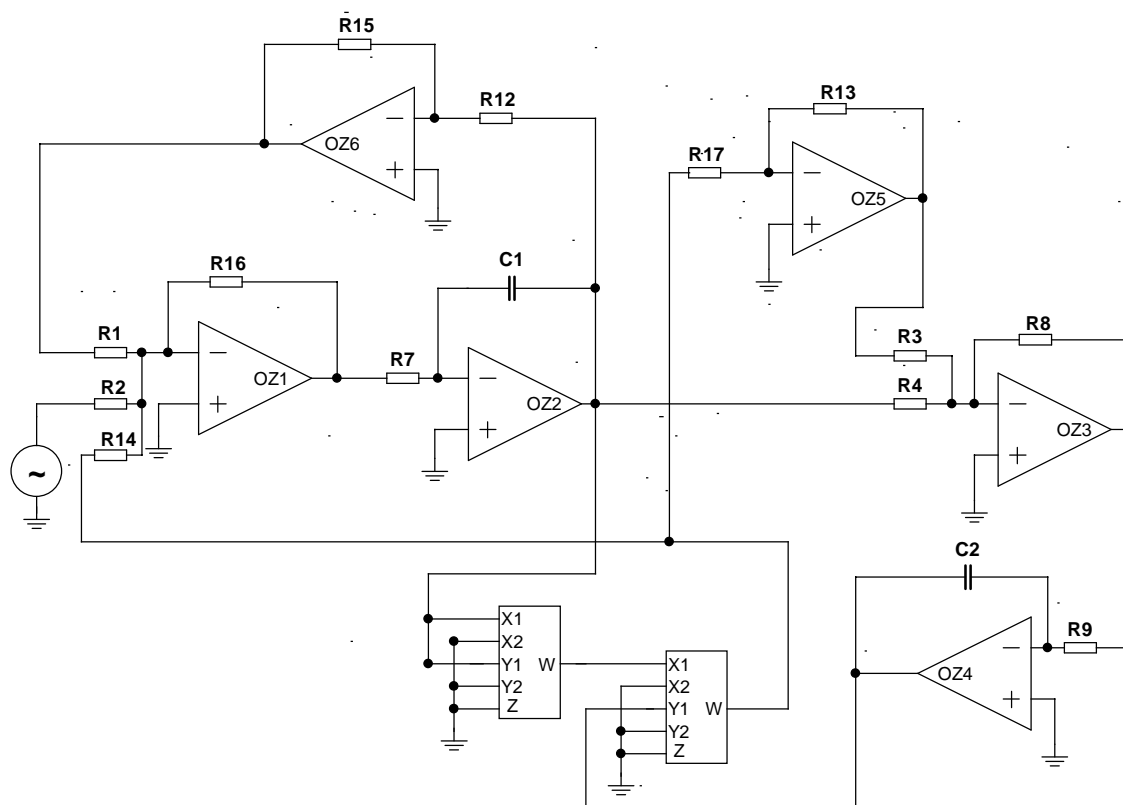
Obr. 56 Spektrum signálu oscilátoru forced Brusselator

5.7.1 Syntéza buďného oscilátoru Brusselator

$$\dot{x} = -2,2x + x.y^2 + A.\sin(\omega t + 0,4)$$

$$\dot{y} = 1,2x - x.y^2$$

Tieto rovnice sú realizované nasledujúcou štruktúrou:



Obr. 57 Obvod pre realizáciu buďného oscilátoru forced Brusselator

Obvod sa skladá z dvoch integrátorov, dvoch násobičiek, dvoch sumátorov a dvoch ivrtorov. Integrátory realizujú obvody OZ1 a OZ4 so hodnotami súčiastok $R7=R9=1\text{k}\Omega$ a $C1=C2=100\text{nF}$. Odpory určujúce koeficienty pre sčítanie na sumačnom člene OZ1 majú hodnoty $R16=220\text{k}\Omega$, $R1=100\text{k}\Omega$, $R2=220\text{k}\Omega$, $R14=2,2\text{k}\Omega$. Druhý sumátor realizovaný obvodom OZ3 sčítava dve napätia a to s koeficientmi 1,2 a 100 čomu odpovedajú hodnoty odporov $R8=120\text{k}\Omega$, $R3=1,2\text{k}\Omega$, $R4=100\text{k}\Omega$. Násobičky realizujú funkciu $x.y^2$. Budenie do obvodu je privádzané cez odpor R2 a zvláštnosťou je, že je potrebný aj jednosmerný ofset 0,4V zo zdroja.

5.7.2 Simulácia budeného oscilátoru Brusselator

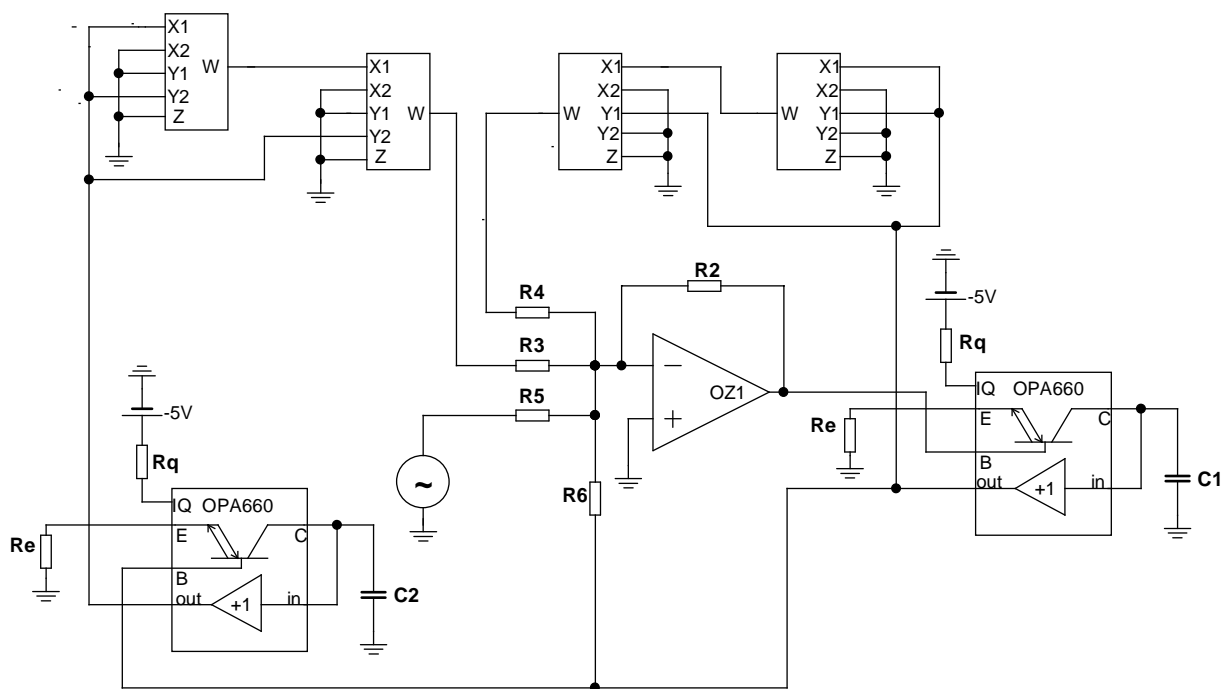
Tento obvod sa nepodarilo úspešne simulovať aj keď obvod je navrhnutý podľa obecnej syntézy.

5.8 Budený oscilátor realizovaný s obvodom OTA

Pre realizáciu s použitím transkonduktančného operačného zosilňovača bol vybratý budený chaotický oscilátor Rayleigh-Duffing. Bolo potrebné aby dynamika systému nepresiahla napájacie napätie obvodu 5V, čo táto štruktúra spĺňa. Obvod realizuje nasledovnú funkciu:

$$\dot{x} = y$$

$$\dot{y} = 0,2y - x^3 - y^3 + A.\sin(\omega t)$$



Obr. 58 Obvod pre realizáciu budeného oscilátoru s OTA

OPA660 tvoria integrátory s časovou konštantou nastavenou prvkami R_e a C_1 resp. C_2 . $C_1=C_2$ je 100nF a odpor $R_e=1k\Omega$. Štyri násobičky realizujú nelineárne funkcie x^3 a y^3 . Výstup z násobičiek je sčítaný v sumátore OZ1, kde je privedené aj budenie z generátora. Konštanty pre sčítanie nastavujú odpory R_3 až R_6 pričom výstup z násobičiek musí byť voči ostatným signálom násobený 100-krát. Ak je zvolená hodnota odporu $R_2=100k\Omega$, tak odpory R_3 a R_4 musia mať hodnotu $1k\Omega$ a $R_6=500k\Omega$, pretože konštanta pre sčítanie y je 0,2. Výstupy z integrátorov sú vedené do bufferu, čo je vlastne napäťový sledovač, a teda zvyšok obvodu nezaťažuje jeho výstup.

6 ZÁVER

Témou tejto diplomovej práce bolo pomocou syntézy nájsť vhodné štruktúry, ktoré by realizovali matematické modely budených chaotických oscilátorov.

V prvej časti bola načrtnutá teória chaosu, chaotické systémy a kvantifikátory chaosu. Rozobraný bol priekopník teórie chaosu Edward Lorenz. Ďalej bolo načrtnutá oblasť teórie chaosu v elektronike a zvlášť budených chaotických oscilátorov. V ďalšej kapitole bola rozobratá numerická analýza, syntéza a obvodová realizácia ako aj základné prvky na návrh obvodov pre budený chaos. Nasledujúca veľká kapitola, už rozoberá každý typ budeného chaotického oscilátoru, najprv numericky v matematickom modeli, potom v rovine návrhu obvodu z matematického modelu. Po návrhu obvodu nasleduje simulácia obvodu v simulačnom programe. Výstupy simulácie sú časové priebehy, atraktory a frekvenčné spektrá. Všetky výsledky simulácií sa zhodujú s predpokladmi z numerickej analýzy. Malé odchýlky sú spôsobené zaokrúhľovaním a neideálnymi modelmi prvkov v simulačnom programe. Dve štruktúry sú aj prakticky realizované. Obvod bol zapojený na nepájivom poli. Po určitej korekcii amplitúdy budenia alebo odporu potenciometra v integrátore sa atraktory zhodujú s odsimulovanými. Problém vidím v obrázku Obr. 31, kde časť atraktora nie je viditeľná a v obrázkoch frekvenčných spektier. Tie mali byť zosnímané na spektrálnom analyzátore avšak sú použité iba obrázky z funkcie FFT z osciloskopu. Problematický je posledný typ budeného oscilátoru forced Brusselator, ktorý sa aj po správnom návrhu obvodu nedal odsimulovať resp. nebolo dosiahnutých uspokojivých výsledkov. Na záver práce je uvedené zapojenie s použitím obvodu transkonduktančného operačného zosilňovača OPA660.

Budené chaotické oscilátory určite majú svoje miesto v elektronike avšak s ich masívnym využitím sa nepočíta. Jedná sa o experimentálnu záležitosť, ktorá však vyvracia niektoré bežne používané teórie ako je náhodný šum a podobne, preto je táto oblasť veľmi fascinujúca a stále málo prebádaná. Reálne by sa tieto obvody dali použiť v komunikáciách na kódovanie, kde by sa využilo ich rozprestretie do spektra prípadne vo frekvenčných zmiešavačoch a pod.

7 ZOZNAM POUŽITEJ LITERATÚRY

- [1] Horák, J.; Krlín, L.; Raidl, A.: *Deterministický chaos a jeho fyzikální aplikace*, ACADEMIA, nakladatelství Akademie věd ČR Praha, 2003. 434 s. ISBN 80-200-0910-8
- [2] Horák, J.; Krlín, L.; Raidl, A.: *Deterministický chaos a podivná kinetika*, ACADEMIA, nakladatelství Akademie věd ČR Praha, 2007. 164 s. ISBN 978-80-200-1531-0
- [3] Horák, J.; Krlín, L.: *Deterministický chaos a matematické modely turbulencí*, ACADEMIA, nakladatelství Akademie věd ČR Praha, 1996. 444 s. ISBN 80-200-0416-5
- [4] Arrowsmith, D.K.; Place, C.M.: *Dynamical systems – differential equations, maps and chaotic behaviour*, Chapman and Hall Mathematics London, 1992. 325 s. ISBN 0412 390701 (HB)
- [5] Petrzela, Jiri.; Hrubos, Zdenek.: A note on chaos conversion in the frequency domain. In Proceedings of the 14th WSEAS International Conference on Applied Mathematics Math 09, Tenerife, 14-16 December, 2009, p. 19-22. ISBN 978-960-474-138-0
- [6] Chaos theory In Wikipedia : the free encyclopedia [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, , 5.5.2010 [cit. 2010-05-06]. Dostupné z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/Chaos_theory>.
- [7] Runge kutta In Wikipedia : the free encyclopedia [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, , 1.5.2010 [cit. 2010-05-06]. Dostupné z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/Runge_kutta>.
- [8] Edward Norton Lorenz In Wikipedia : the free encyclopedia [online]. St. Petersburg (Florida) : Wikipedia Foundation, , 1.5.2010 [cit. 2010-05-06]. Dostupné z WWW: <http://en.wikipedia.org/wiki/Edward_Norton_Lorenz>.
- [9] Dostál, T.: Teorie obvodů, Skripta FEKT VUT v Brně, 2006.
- [10] GÖTTHANS, T. ALGORITMY PRO VÝPOČET DIMENZÍ STAVOVÝCH ATRAKTORŮ. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2008.